



## آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۸

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

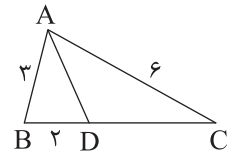
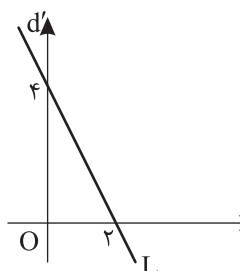
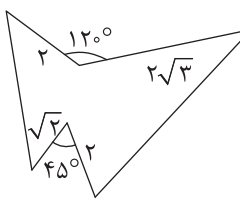
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) تجانس با نسبت <math>k = -\frac{1}{3}</math>، یک تجانس انقباضی و معکوس است.</p> <p>(ب) هر دو شکل متشابه، مجانس یکدیگرند.</p> <p>(ج) در مثلث <math>ABC</math>، اگر <math>2a = 3b</math>، آنگاه <math>\frac{\sin A}{2} = \frac{\sin B}{3}</math>.</p> <p>(د) در مثلث قائم‌الزاویه <math>ABC</math>، اگر ارتفاع وارد بر وتر باشد، داریم: <math>\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}</math>.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با اعداد و عبارت‌های مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) تجانس اندازه زاویه را حفظ ..... .</p> <p>(ب) تجانس در صورتی همانی است که نسبت تجانس برابر ..... باشد.</p> <p>(ج) در مثلث <math>ABC</math>، اگر <math>\hat{A} = 35^\circ</math> و <math>\hat{B} = 25^\circ</math> باشد، ضلع <math>AB</math> ..... برابر شعاع دایره محیطی مثلث است.</p> <p>(د) در شکل زیر، اگر <math>AD</math> نیمساز باشد، طول <math>CD</math> برابر است با ..... .</p> 	۲
۱/۵	<p>در تجانس با نسبت مثبت، ثابت کنید شیب خط حفظ می‌شود.</p>	۳
۱/۵	<p>در شکل زیر، اگر خط <math>L</math> را در تجانس به مرکز <math>O</math> و نسبت <math>\frac{5}{4}</math> تصویر کنیم و <math>L'</math> بنامیم، مساحت بین <math>L</math> و <math>L'</math> و خطوط <math>d</math> و <math>d'</math> چقدر است؟</p> 	۴
۱/۵	<p>زمینی مطابق شکل زیر مفروض است. بدون تغییر محیط و تعداد ضلع، مساحت آن را افزایش می‌دهیم. حداکثر میزان این افزایش مساحت چقدر است؟</p> 	۵



## آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۸

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

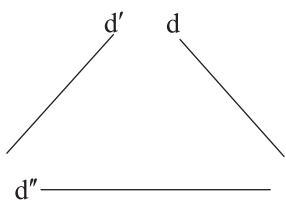
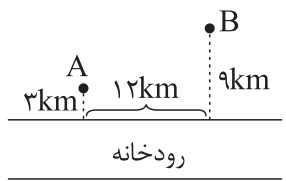
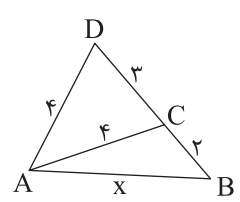
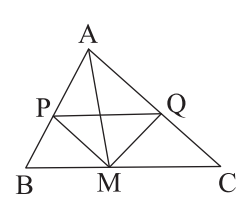
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	سه خط دو به دو ناموازی $d$ ، $d'$ و $d''$ در صفحه مفروضند. پاره خطی به طول $۴\text{ cm}$ رسم کنید که دو سر آن روی $d$ و $d'$ و موازی $d''$ باشد. (مراحل رسم را توضیح دهید.) 	۶
۱/۵	می خواهیم از شهر A به B جاده ای بسازیم به طوری که $۷\text{ km}$ آن ساحلی باشد. راه حل یافتن کوتاه ترین مسیر را توضیح دهید و سپس با توجه به شکل زیر طول آن را بیابید. 	۷
۱/۵	در مثلث حاده ABC اگر شعاع دایره محیطی باشد، ثابت کنید: $\frac{a}{\sin A} = 2R$	۸
۲	در مثلث ABC اگر $m_a$ میانه وارد بر ضلع BC باشد به کمک قضیه کسینوس ها ثابت کنید: $b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{1}{2}a^2$	۹
۱/۵	در شکل زیر، طول AB را به دست آورید. 	۱۰
۱/۵	در مثلثی به اضلاع ۸، ۴ و ۶، طول نیمساز زاویه متوسط را به دست آورید.	۱۱
۲	در شکل زیر، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای $\hat{A}MB$ و $\hat{A}MC$ هستند. (الف) ثابت کنید: $PQ \parallel BC$ (ب) اگر $AM = ۱۲$ و $BC = ۸$ باشد، طول PQ را بیابید. 	۱۲
۲۰	جمع بارم	

## پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۸

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)



مرکز آموزش مدارس برتر

صفحه ۱ از ۲

## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

(د) درست

(ج) نادرست

(ب) نادرست

(الف) درست

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۴۶، ۴۷، ۶۲ و ۶۳)

## پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۵ نمره)

(د) ۴

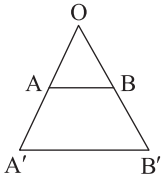
(ج)  $\sqrt{3}$ (ب)  $k=1$ 

(الف) می‌کند

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۴۷، ۴۸، ۶۲ و ۶۸)

## پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

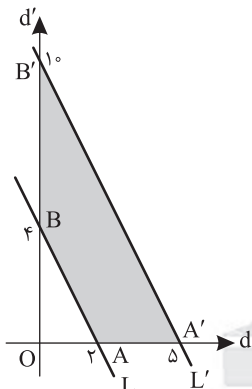
(الف) اگر مرکز تجانس روی  $AB$  باشد: در این حالت بدیهی است که نقاط  $A'$  و  $B'$  روی خط  $AB$  واقع می‌شوند، بنابراین  $A'B'$  بر  $AB$  واقع است و شیب خط تغییری نمی‌کند. (۷۵/۵ نمره)

(ب) مرکز تجانس روی  $AB$  نباشد:در شکل مقابل،  $A'B'$  مجانس  $AB$  به مرکز  $O$  و نسبت  $k$  می‌باشد.

شیب خط حفظ می‌شود.  $\Rightarrow AB \parallel A'B' \rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}$  (عکس تالیس) (۲۵/۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۶)

## پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)



$$OA' = \frac{\Delta}{4} OA = 5 \quad (\text{نمره } 25/5)$$

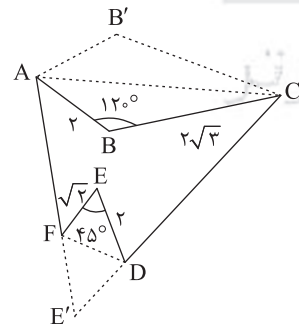
$$OB' = \frac{\Delta}{4} OB = 10 \quad (\text{نمره } 25/5)$$

$$S_{\text{سایه زده}} = S_{\triangle OA'B'} - S_{\triangle OAB} = \frac{5 \times 10}{2} - \frac{2 \times 4}{2} = 21 \quad (\text{نمره } 5/5)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۹)

## پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

B را نسبت به AC و E را نسبت به DF بازتاب می‌کنیم. (۲۵/۵ نمره)



$$S_{ABCB'} = 2S_{\triangle ABC} = (2) \left( \frac{1}{2} \right) (2)(2\sqrt{3})(\sin 120^\circ) = 6 \quad (\text{نمره } 5/5)$$

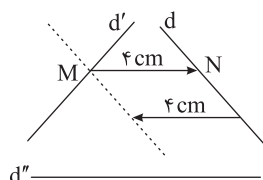
$$S_{DEFE'} = 2S_{\triangle DEF} = (2) \left( \frac{1}{2} \right) (\sqrt{2})(2)(\sin 45^\circ) = 2 \quad (\text{نمره } 5/5)$$

$$\Rightarrow \text{بیشترین میزان افزایش مساحت} = 6 + 2 = 8 \quad (\text{نمره } 25/5)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۵۴)

## پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

خط  $d$  را با برداری به طول  $4\text{cm}$  و موازی  $d''$  انتقال می‌دهیم تا خط  $d'$  را در  $M$  قطع کند. (۵/۵ نمره) سپس  $M$  را با برداری خلاف جهت قبلی انتقال می‌دهیم تا  $N$  به دست آید. (۵/۵ نمره) پاره خط  $MN$  پاره خطی است به طول  $4\text{cm}$  موازی  $d''$  و دو سر آن روی  $d$  و  $d'$  است. (۵/۵ نمره)



(هندسه یازدهم، صفحه ۵۴)

## پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۸

پاسخنامه درس: هندسه

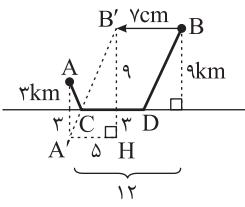
پایه: یازدهم (رشته ریاضی)



مرکز پیشرفت آموزش مدارس برتر

صفحه ۲ از ۲

## پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)



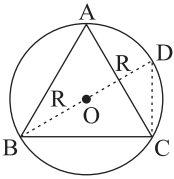
نقطه B را با برداری به طول ۷ km انتقال می دهیم تا B' به دست آید. (نمره ۰/۲۵) نیز بازتاب نقطه A نسبت به رودخانه است. (نمره ۰/۲۵) حال از A' به B' خطی رسم می کنیم تا رودخانه را در C قطع کند. مسیر ACDB کوتاه ترین مسیر است که طول آن با A'B' + BB' برابر است. (نمره ۰/۲۵)

$$\begin{aligned} \triangle A'B'H: \text{فیتاغورس} &\Rightarrow A'B'^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow A'B' = 13 \text{ km (نمره ۰/۲۵)} \\ \text{مسیر کوتاه ترین مسیر} &= 13 + 7 = 20 \text{ km (نمره ۰/۲۵)} \end{aligned}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۵۳)

## پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

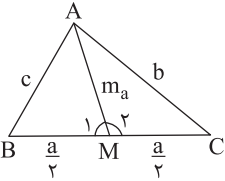
از B به مرکز دایره خطی رسم می کنیم تا امتداد آن، دایره را در D قطع کند. (نمره ۰/۲۵)



$$\begin{aligned} \widehat{BCD} = \frac{\widehat{BD}}{r} = 90^\circ & \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ \sin \hat{D} = \frac{BC}{BD} & \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ \hat{A} = \hat{D} = \frac{\widehat{BC}}{r} & \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} &\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{BC}{BD} \Rightarrow \frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \\ &\text{(نمره ۰/۵)} \end{aligned} \right.$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۶۱)

## پاسخ سؤال ۹: (۲ نمره)



$$\triangle ABM: c^2 = m_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2(m_a)\left(\frac{a}{2}\right)\cos \hat{M}_1 \text{ (نمره ۰/۵)}$$

$$\triangle ACM: b^2 = m_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2(m_a)\left(\frac{a}{2}\right)\cos \hat{M}_2 \text{ (نمره ۰/۵)}$$

می دانیم  $\cos \hat{M}_2 = -\cos \hat{M}_1$ . حال دو رابطه اخیر را با هم جمع می کنیم: (نمره ۰/۵)

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{1}{2}a^2 - (m_a)(a)\cos \hat{M}_1 + (m_a)(a)\cos \hat{M}_1 \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۶۷)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

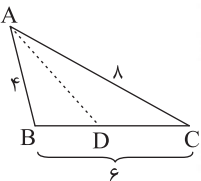
طبق قضیه استوارت، داریم:

$$AB^2 \cdot DC + AD^2 \cdot BC = BD(AC^2 + DC \cdot BC) \Rightarrow 3x^2 + 32 = 5(16 + 6) \Rightarrow x = \sqrt{26} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۶۷)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

طبق قضیه نیمسازها، داریم:

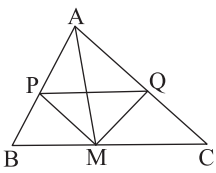


$$\begin{aligned} \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} &\Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BD}{6} = \frac{3}{4} \Rightarrow BD = 2, CD = 4 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD &= 32 - 8 = 24 \Rightarrow AD = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{aligned}$$

(هندسه یازدهم، صفحه های ۶۸ و ۶۹)

## پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)

الف) طبق قضیه نیمسازها، داریم:



$$\begin{aligned} \triangle ABM: \frac{AP}{BP} = \frac{AM}{BM} & \text{ (نمره ۰/۵)} \\ \triangle ACM: \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{CM} & \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} &BM = CM \rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC} \xrightarrow{\text{عکس تالی}} PQ \parallel BC \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{aligned} \right.$$

$$\text{ب) } \frac{AP}{BP} = \frac{AM}{BM} = \frac{12}{4} = 3 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$PQ \parallel BC \xrightarrow{\text{تالی}} \frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} \Rightarrow \frac{PQ}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow PQ = 6 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۰)