



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۸

صفحه ۱ از ۳

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

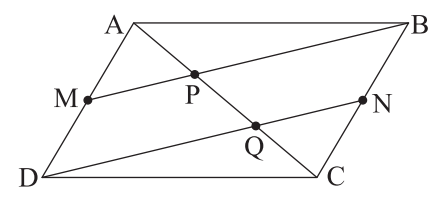
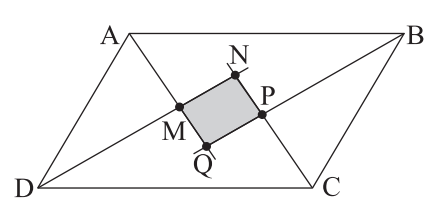
کلاس:

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱/۲۵	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>(الف) یک <math>n</math> ضلعی را ..... گوییم، هرگاه با در نظر گرفتن خط شامل هر ضلع آن، بقیه نقاط چندضلعی در یک طرف آن خط واقع شوند.</p> <p>(ب) اگر در مثلثی اندازه میانه وارد بر یک ضلع، نصف اندازه آن ضلع باشد، آن مثلث ..... است.</p> <p>(ج) یک چندضلعی شبکه‌ای حداقل ..... نقطه مرزی می‌تواند داشته باشد.</p> <p>(د) از نقطه <math>A</math> خارج صفحه <math>P</math>، ..... خط موازی صفحه <math>P</math> می‌توان رسم کرد.</p> <p>(ه) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود، ..... آن جسم نامیده می‌شود.</p>	۱
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) اگر دو قطر یک چهارضلعی هم‌اندازه باشند، این چهارضلعی مستطیل است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>(ب) محیط متوازی‌الاضلاع حاصل از وصل کردن متوالی وسط اضلاع یک چهارضلعی، برابر مجموع اندازه‌های قطرهای آن چهارضلعی است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>(ج) در هر چهارضلعی که دو قطر آن بر هم عمود باشند، مساحت برابر حاصل ضرب دو قطر چهارضلعی است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>(د) در هر مثلث متساوی‌الساقین، قدرمطلق تفاضل فاصله‌های هر نقطه روی امتداد قاعده، از دو ساق مثلث برابر اندازه ارتفاع وارد بر قاعده است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p>	۲
۱	<p>مجموع تعداد قطرهای و ضلع‌های یک <math>n</math> ضلعی، برابر ۶۶ است. از هر رأس این <math>n</math> ضلعی، چند قطر می‌توان رسم کرد؟</p>	۳
۱/۷۵	<p>در متوازی‌الاضلاع <math>ABCD</math>، نقاط <math>M</math> و <math>N</math> به ترتیب وسط ضلع‌های <math>AD</math> و <math>BC</math> می‌باشند.</p> <p>(الف) ثابت کنید: <math>MB \parallel DN</math></p> <p>(ب) نشان دهید: <math>AP = PQ = QC</math></p> <p>(ج) اگر <math>AC + PQ = ۳۶</math> باشد، اندازه <math>AQ</math> را بیابید.</p> 	۴
۱	<p>از تقاطع نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع، چهارضلعی <math>MNPQ</math> پدید آمده است. ثابت کنید این چهارضلعی مستطیل است.</p> 	۵



## آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

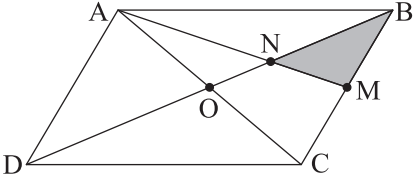
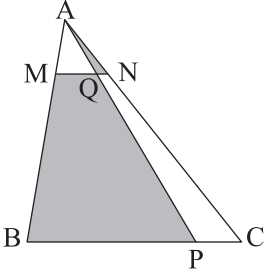
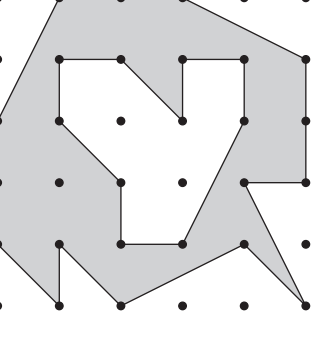
کلاس:

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱/۲۵	در مثلثی اندازه دو زاویه ۷۵ و ۱۵ درجه است. ثابت کنید در این مثلث، ارتفاع وارد بر ضلع بزرگ‌تر، $\frac{1}{4}$ آن ضلع است.	۶
۱	در متوازی‌الاضلاع ABCD، M وسط ضلع BC می‌باشد. اگر مساحت متوازی‌الاضلاع ۴۸ باشد، مساحت مثلث BMN را به دست آورید.	۷
		
۱	ثابت کنید مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع، برابر ارتفاع مثلث است.	۸
۲	در مثلث ABC، خط موازی MN ضلع BC است و $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{3}$ و $\frac{PB}{PC} = 4$ می‌باشد. مساحت مثلث AQN چه کسری از مساحت ذوزنقه MQPB است؟	۹
		
۱	با استفاده از قضیه پیک، مساحت ناحیه رنگ‌شده را به دست آورید.	۱۰
		
۱/۵	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) فصل مشترک دو صفحه: ب) دو خط متناظر: ج) دو صفحه عمود بر هم:	۱۱



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۸

صفحه ۳ از ۳

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

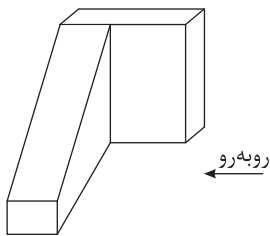
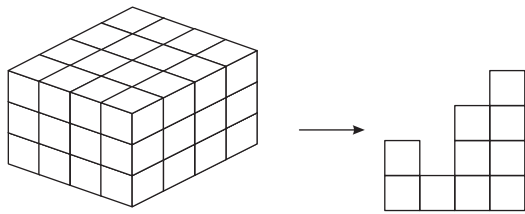
کلاس:

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱	الف) دو خط $d_1$ و $d_2$ در فضا با هم موازی اند. اگر صفحه $P$ با یکی از این دو خط موازی باشد، نسبت به دیگری چه وضعی دارد؟ (با رسم شکل) (دو حالت)	۱۲
۱	ب) دو خط $d_1$ و $d_2$ در فضا با هم متناظرند. اگر صفحه $P$ با یکی از این دو خط متقاطع باشد، نسبت به دیگری چه وضعی دارد؟ (با رسم شکل) (دو حالت)	
۲	دو صفحه $P_1$ و $P_2$ در فضا متقاطع اند. در هر دو مورد با رسم شکل بیان کنید: الف) اگر صفحه $P'$ با $P_1$ موازی باشد، نسبت به $P_2$ چه وضعیتی خواهد داشت؟ ب) اگر $P'$ صفحه‌ای باشد که با $P_1$ متقاطع است، با $P_2$ چه وضعیتی می‌تواند داشته باشد؟	۱۳
۰/۷۵	نمای بالا، چپ و روبه‌رو جسم زیر را رسم کنید.	۱۴
		
۰/۵	الف) شکل سمت چپ از چند مکعب کوچک تشکیل شده است؟ ب) حداقل و حداکثر چند مکعب باید برداشته شود تا نمای بالا به صورت شکل سمت راست باشد؟	۱۵
		
۲۰	جمع بارم	

## پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۸

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دهم (رشته ریاضی)



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

صفحه ۱ از ۳

## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) محذب

ب) قائم الزاویه

ج) ۳

د) بی شمار

ه) سطح مقطع

(هندسه دهم، صفحه‌های ۵۵، ۶۰، ۶۹، ۸۱ و ۹۲)

## پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) نادرست، مثال نقض: دوزنقه متساوی الساقین

ب) درست

ج) نادرست، مساحت برابر نصف حاصل ضرب دو قطر است.

د) نادرست، قدرمطلق تفاضل فاصله‌ها برابر ارتفاع وارد بر ساق است.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۶۰، ۶۳، ۶۴، ۶۶ و ۶۸)

## پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$$\frac{n(n-3)}{2} + n = 66 \text{ (نمره } \frac{5}{0} \text{)} \Rightarrow n(n-3) + 2n = 132$$

$$\Rightarrow n^2 - n - 132 = 0$$

$$\Rightarrow (n-12)(n+11) = 0$$

$$\Rightarrow n = 12 \text{ (نمره } \frac{25}{0} \text{)}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد قطر رسم شده از یک رأس} = n - 3 = 12 - 3 = 9 \text{ (نمره } \frac{25}{0} \text{)}$$

## پاسخ سؤال ۴: (۱/۲۵ نمره)

الف) چون نقاط M و N وسط اضلاع AD و BC هستند، در نتیجه:

$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \Rightarrow MD = BN \\ AD \parallel BC \Rightarrow MD \parallel BN \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{(نمره } \frac{25}{0} \text{)} \\ \text{(نمره } \frac{25}{0} \text{)} \\ \text{متوازی الاضلاع} \end{array} \Rightarrow MBND \Rightarrow MB \parallel DN$$

ب) با استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ADQ : MP \parallel DQ \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{AP}{PQ} = 1 \Rightarrow AP = PQ \\ \triangle CPB : QN \parallel PB \Rightarrow \frac{CN}{NB} = \frac{CQ}{QP} = 1 \Rightarrow CQ = QP \end{array} \right\} \Rightarrow AP = PQ = QC \text{ (نمره } \frac{25}{0} \text{)}$$

ج) با توجه به قسمت ب) داریم:

$$AP = PQ = CQ = x$$

$$AC + PQ = 36 \Rightarrow 3x + x = 36 \Rightarrow x = 9 \text{ (نمره } \frac{25}{0} \text{)}$$

$$AQ = 2x = 18 \text{ (نمره } \frac{25}{0} \text{)}$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۴)

## پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

در متوازی الاضلاع، زاویه‌های مجاور مکمل اند. در نتیجه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{D} = 180 \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = 90 \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{P}_1 = 90 \text{ (نمره } \frac{25}{0} \text{)} \\ \hat{B} + \hat{C} = 180 \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 90 \Rightarrow \hat{P}_1 = \hat{Q}_1 = 90 \text{ (نمره } \frac{25}{0} \text{)} \\ \hat{A} + \hat{B} = 180 \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90 \Rightarrow \hat{Q}_1 = 90 \text{ (نمره } \frac{25}{0} \text{)} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{MNPQ (نمره } \frac{25}{0} \text{) مستطیل}$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۳)

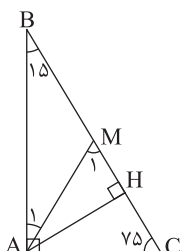
## پاسخ سؤال ۶: (۱/۲۵ نمره)

چون  $\hat{A} = 180 - (75 + 15) = 90$  بنابراین مثلث قائم الزاویه است. (نمره  $\frac{25}{0}$ ) میانه AM را رسم می‌کنیم و می‌دانیم میانه وارد بر وتر، نصف وتر است. در نتیجه:

$$AM = MB \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 15 \Rightarrow \hat{M}_1 = 30 \text{ (نمره } \frac{25}{0} \text{)}$$

در مثلث قائم الزاویه AMH، ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  درجه نصف وتر است، بنابراین:

$$AH = \frac{AM}{2} = \frac{BC}{4} = \frac{BC}{4} \text{ (نمره } \frac{25}{0} \text{)}$$

(نمره  $\frac{25}{0}$ )

(هندسه دهم، صفحه ۶۴)

## پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۸

پاسخنامه درس: هندسه

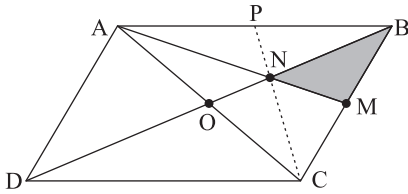
پایه: دهم (رشته ریاضی)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

صفحه ۲ از ۳

## پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

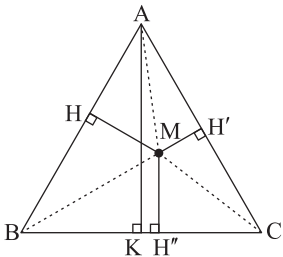


در مثلث ABC، خطوط AM و BO میانه هستند که در نقطه N متقاطع اند. (۲۵/۰ نمره) با رسم میانه CP، شش مثلث هم مساحت ایجاد می شوند. در نتیجه داریم:

$$S_{MBN} = \frac{1}{6} S_{ABC} = \frac{1}{6} \left( \frac{1}{2} S_{ABCD} \right) \Rightarrow S_{MBN} = \frac{1}{12} (48) = 4 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

## پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

اگر ضلع مثلث متساوی الاضلاع را a در نظر بگیریم، در این صورت:



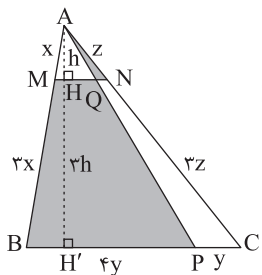
(۲۵/۰ نمره)

(هندسه دهم، صفحه ۶۸)

$$\begin{aligned} S_{AMB} + S_{AMC} + S_{BMC} &= S_{ABC} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره}) \\ \Rightarrow \frac{MH \times a}{2} + \frac{MH' \times a}{2} + \frac{MH'' \times a}{2} &= \frac{AK \times a}{2} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره}) \\ \Rightarrow \frac{a}{2} (MH + MH' + MH'') &= \frac{a}{2} (AK) \\ \Rightarrow MH + MH' + MH'' &= AK \quad (۲۵/۰ \text{ نمره}) \end{aligned}$$

## پاسخ سؤال ۹: (۲ نمره)

با توجه به فرض مسأله داریم:



$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{1}{3} \quad (۵/۰ \text{ نمره}) \Rightarrow \begin{cases} AM = x, MB = 3x \\ AH = h, HH' = 3h \\ AN = z, NC = 3z \end{cases}$$

$$\Delta ABP : MQ \parallel BP \Rightarrow \frac{x}{4x} = \frac{MQ}{4y} \Rightarrow MQ = y \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$\Delta APC : QN \parallel PC \Rightarrow \frac{z}{4z} = \frac{QN}{y} \Rightarrow QN = \frac{y}{4} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

در نتیجه نسبت مساحت مثلث AQN به دوزنقه MQPB برابر است با:

$$\frac{S_{AQN}}{S_{MQPB}} = \frac{\frac{1}{2} \times h \times \frac{y}{4}}{\frac{1}{2} \times 3h \times (y + 4y)} = \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دهم، صفحه ۷۳)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

مساحت چندضلعی شبکه‌ای برابر است با: (۲۵/۰ نمره)  $S = i + \frac{b}{2} - 1$ 

$$\begin{aligned} S_{\text{رنگ شده}} &= S_{\text{بزرگ}} - S_{\text{کوچک}} = (13 + \frac{15}{2} - 1) - (2 + \frac{1}{2} - 1) \quad (۵/۰ \text{ نمره}) \\ &= 19,5 - 6 = 13,5 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره}) \end{aligned}$$

(هندسه دهم، صفحه ۷۳)

## پاسخ سؤال ۱۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) خط راستی که اشتراک دو صفحه متقاطع است را فصل مشترک دو صفحه می نامیم.

ب) دو خط را که نقطه اشتراک ندارند و هیچ صفحه‌ای وجود ندارد که شامل هر دوی آنها باشد را دو خط متناظر می نامیم.

ج) دو صفحه عمود بر هم هستند هرگاه هر کدام شامل خطی باشد که بر دیگری عمود است.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۷۹، ۸۲ و ۸۳)

پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۸

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دهم (رشته ریاضی)

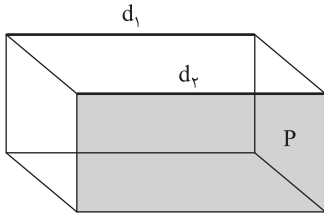


مرکز تحقیق و آموزش مدارس برتر

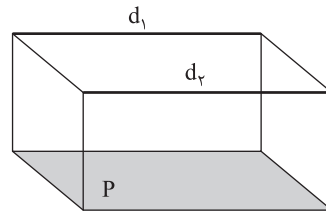
صفحه ۳ از ۳

پاسخ سؤال ۱۲: (هر مورد ۱ نمره)

(الف)

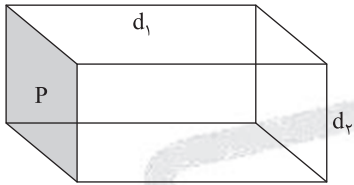


صفحه P با  $d_1$  موازی است و خط  $d_2$  بر صفحه P منطبق است. (۵/۰ نمره)

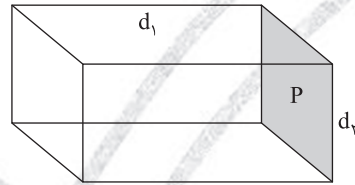


صفحه P با  $d_1$  موازی است و با  $d_2$  نیز موازی است. (۵/۰ نمره)

(ب)



صفحه P با  $d_1$  متقاطع و با  $d_2$  موازی است. (۵/۰ نمره)

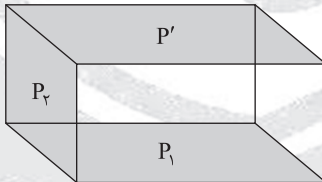


صفحه P با  $d_1$  متقاطع و خط  $d_2$  بر صفحه P منطبق است. (۵/۰ نمره)

(هندسه دهم، صفحه ۸۱)

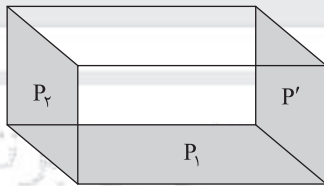
پاسخ سؤال ۱۳: (هر مورد ۱ نمره)

(الف)

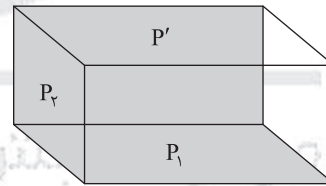


صفحه P' با صفحه  $P_2$  متقاطع است. (۱ نمره)

(ب)



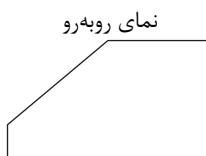
صفحه P' با صفحه  $P_2$  موازی است. (۵/۰ نمره)



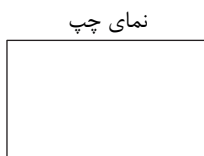
صفحه P' با صفحه  $P_2$  متقاطع است. (۵/۰ نمره)

(هندسه دهم، صفحه ۸۴)

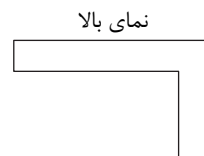
پاسخ سؤال ۱۴: (۷۵/۰ نمره)



نمای روبه‌رو (۲۵/۰ نمره)



نمای چپ (۲۵/۰ نمره)



نمای بالا (۲۵/۰ نمره)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)

(الف)  $۴ \times ۴ \times ۳ = ۴۸$  (نمره ۰/۵)

(ب)  $۱۶ + ۱۶ + ۶ = ۳۸$  حداکثر (نمره ۰/۵) و  $۱۸ =$  حداقل (نمره ۰/۵)

(هندسه دهم، صفحه ۹۱)