



## آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۱۳

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

صفحه ۱ از ۲

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math> AB  \neq 0</math> آنگاه ماتریس‌های <math>A</math> و <math>B</math> وارون پذیرند.</p> <p>ب) ماتریس صفر، یک ماتریس اسکالر است.</p> <p>ج) اگر <math>A^2 = A</math> آنگاه <math>A^{15} = A</math>.</p> <p>د) ماتریس <math>\begin{bmatrix} m &amp; m-2 \\ 0 &amp; n \end{bmatrix}</math> اسکالر است، پس <math>n - m = 0</math>.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۰/۷۵	<p>ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} &amp; \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} &amp; -\frac{1}{2} \end{bmatrix}</math> مفروض است. مجموع درایه‌های ماتریس <math>A^{14} + 2I</math> را به دست آورید.</p>	۲
۱/۲۵	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix}  A  &amp; 5 &amp; -2 \\ 0 &amp; 2 &amp; 1 \\ 0 &amp;  A  &amp; 1 \end{bmatrix}</math> آنگاه وارون ماتریس <math>B = \begin{bmatrix} 2 A  &amp; 1 \\ 0 &amp;  A  \end{bmatrix}</math> را به دست آورید.</p>	۳
۱	<p>دستگاه معادلات <math>\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}</math> را به روش ماتریس وارون حل کنید.</p>	۴
۱	<p>اگر <math>4A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} A +1 &amp;  A  \\ -15 &amp; \sqrt{2} A -1 \end{bmatrix}</math> آنگاه <math>A^{-1}</math> را بیابید.</p>	۵
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی آن را برش دهد، مقطع حاصل ..... است.</p> <p>ب) مکان هندسی مرکزهای همه دایره‌هایی با شعاع ثابت <math>r</math> که بر دایره <math>C(O, r)</math> در صفحه این دایره مماس خارجی‌اند، یک دایره به شعاع ..... است.</p> <p>ج) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک خط ثابت و یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط به یک فاصله است، ..... است.</p> <p>د) معادله <math>x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0</math>، یک دایره به مساحت ..... است.</p>	۶
۱	<p>معادله دایره‌ای را بنویسید به مرکز <math>O(-1, 1)</math> که روی خط <math>x + y = 4</math> و تری به طول <math>2\sqrt{2}</math> جدا کند.</p>	۷
۱	<p>مقدار <math>c</math> را چنان بیابید که دو دایره <math>x^2 + y^2 - 4y + c = 0</math> و <math>x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0</math> مماس داخل باشند.</p>	۸
۱	<p>وضعیت نسبی خط <math>3x - 4y + 3 = 0</math> و دایره <math>2x^2 + 2y^2 - 4x + 4y = 4</math> را بررسی کنید.</p>	۹

## آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۱۳

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

صفحه ۲ از ۲



مرکز نخبش آموزش مدارس برتر

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	<p>دو نقطه <math>A</math> و <math>B</math> روی بیضی با کانون های <math>F</math> و <math>F'</math> قرار دارد. اگر <math>AF' = BF</math>، آنگاه ثابت کنید <math>MF = MF'</math>.</p>	۱۰
۰/۵	در یک بیضی طول قطر کوچک ۲۰ و فاصله کانون تا مرکز آن برابر ۶ است. خروج از مرکز این بیضی را به دست آورید.	۱۱
۱	معادله سهمی بنویسید که $S(1, 2)$ رأس و $F(1, -2)$ کانون آن باشد.	۱۲
۱	در یک دیش مخابراتی سهموی، اگر قطر قاعده ۱۶۰ سانتی متر و عمق (گودی) آن $\frac{64}{3}$ سانتی متر باشد، فاصله کانونی را بیابید.	۱۳
۱	در فضای $\mathbb{R}^3$ نقطه $A$ به عرض $-2$ و ارتفاع ۳ روی صفحه $YOZ$ و نقطه $B = (-5, -4, -1)$ مفروض اند. نقطه وسط پاره خط $AB$ در کدام ناحیه دستگاه مختصات فضایی قرار دارد؟	۱۴
۱/۵	بردارهای $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ مفروض اند. الف) اگر $\vec{a}'$ تصویر قائم $\vec{a}$ بر $\vec{b}$ باشد، حاصل $\vec{a}' \cdot \vec{c}$ را پیدا کنید. ب) زاویه بین دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $2\vec{b} + \vec{c}$ را به دست آورید.	۱۵
۲	سه بردار $\vec{a} = (1, -2, 2)$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{k}$ و $\vec{c} = (2, -1, 0)$ مفروض اند. الف) برداری عمود بر دو بردار $\vec{a} - \vec{c}$ و $\vec{b}$ به دست آورید. ب) حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{c}$ و $\vec{b}$ ساخته می شود را بیابید.	۱۶
۱/۵	مساحت متوازی الاضلاع $ABCD$ که سه رأس آن $A = (2, -1, 3)$ و $C = (3, 1, 4)$ و $D = (-1, 1, 0)$ هستند را به دست آورید.	۱۷
۱	ثابت کنید دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی هستند، اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ .	۱۸
۲۰	جمع بارم	

## پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۱۳

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

صفحه ۱ از ۴

## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) درست

(ج) درست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

(بیان ذکر درستی یا نادرستی عبارت‌ها لازم نیست، برای یادگیری بیشتر اینجا آورده شده است.)

(الف) نادرست است، زیرا اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$  آنگاه  $|AB| = -2$  ولی ماتریس‌های  $A$  و  $B$  وارون پذیر نیستند چون مربعی نیستند.

(ب) نادرست است، زیرا ماتریس صفر غیرمربعی اسکالر نیست.

(ج) درست است، زیرا  $A^T = A$  آنگاه  $A^T = A^T \times A = A \times A = A^2 = A$  به همین ترتیب  $A^{15} = A$ .(د) درست است، زیرا  $m = 2$  و  $m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$  پس  $m = n = 2$  پس  $n - m = 0$ .

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۳، ۲۰ و ۲۳)

## پاسخ سؤال ۲: (۷۵/۰ نمره)

ابتدا ماتریس  $A^T$  را پیدا می‌کنیم:

$$A^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

$$A^{14} = (A^T)^4 = I^4 = I$$

$$A^{14} + 2I = I + 2I = 3I = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

پس مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۶ است. (۲۵/۰ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

## پاسخ سؤال ۳: (۲۵/۱ نمره)

ابتدا دترمینان ماتریس  $A$  را به دست می‌آوریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} |A| & 5 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & |A| & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بر حسب ستون اول}} |A| = |A|(-1)^2(2 - |A|) \Rightarrow |A| = 2|A| - |A|^2$$

$$\Rightarrow |A|^2 - |A| = 0 \Rightarrow |A|(|A| - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ |A| = 1 \end{cases} \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

اگر  $|A| = 0$  آنگاه  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  در نتیجه  $|B| = 0$  پس  $B$  وارون پذیر نیست. (۲۵/۰ نمره)اگر  $|A| = 1$  آنگاه  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  در نتیجه:

$$B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۸، ۳۰ و ۳۱)

## پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

دستگاه را به صورت  $AX = B$  می‌نویسیم که در آن:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } ۵/۰)$$

بنابراین:

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \quad (\text{نمره } ۵/۰)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۵)

## پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۱۳

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

صفحه ۲ از ۴

## پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

از طرفین تساوی ماتریس داده شده دترمینان می‌گیریم:

$$|4A| = \begin{vmatrix} \sqrt{2}|A|+1 & |A| \\ -15 & \sqrt{2}|A|-1 \end{vmatrix} \Rightarrow 16|A| = 2|A|^2 - 1 + 15|A| \Rightarrow 2|A|^2 - |A| - 1 = 0$$

(نمره ۰/۲۵)

$$\Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \Rightarrow |A^{-1}| = 1 & \text{(نمره ۰/۲۵)} \\ |A| = -\frac{1}{2} \Rightarrow |A^{-1}| = -2 & \text{(نمره ۰/۲۵)} \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

## پاسخ سؤال ۶: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

۶π (د)

(ج) سهمی

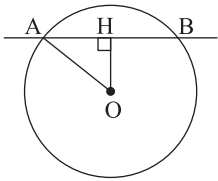
۲۲ (ب)

(الف) دو خط متقاطع

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۵، ۳۹، ۴۱ و ۵۱)

## پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

ابتدا فاصله OH و سپس شعاع دایره را پیدا می‌کنیم.



$$OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-1 + 1 - 4|}{\sqrt{1+1}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \quad \text{(نمره ۰/۲۵)}$$

$$AB = 2\sqrt{2} \Rightarrow AH = \sqrt{2} \quad \text{(نمره ۰/۲۵)}$$

$$OAH: OA^2 = AH^2 + OH^2 = 2 + 8 = 10 \Rightarrow OA = \sqrt{10} = R \quad \text{(نمره ۰/۲۵)}$$

بنابراین معادله دایره به صورت زیر است:

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 10 \quad \text{(نمره ۰/۲۵)}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

## پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

می‌دانیم دو دایره مماس داخل هستند هرگاه  $OO' = |R - R'|$  باشد.

$$x^2 + y^2 - 4y + c = 0 \Rightarrow O = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (0, 2), R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{16 - 4c}}{2} = \sqrt{4 - c} \quad \text{(نمره ۰/۲۵)}$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0 \Rightarrow O' = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (-1, 1), R' = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{4 + 4}}{2} = \sqrt{2} \quad \text{(نمره ۰/۲۵)}$$

$$OO' = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

بنابراین:

$$OO' = |R - R'| \Rightarrow \sqrt{2} = |\sqrt{4 - c} - \sqrt{2}| \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2} = \sqrt{4 - c} - \sqrt{2} \Rightarrow c = -4 \\ -\sqrt{2} = \sqrt{4 - c} - \sqrt{2} \Rightarrow c = 4 \end{cases} \quad \text{(نمره ۰/۲۵)}$$

مسلماً  $c = 4$  قابل قبول نیست، زیرا به ازای آن  $R = 0$  می‌شود، پس  $c = -4$  قابل قبول است. (نمره ۰/۲۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۴)

## پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

فاصله مرکز دایره از خط را با شعاع دایره مقایسه می‌کنیم:

$$2x^2 + 2y^2 - 4x + 4y = 4 \xrightarrow{+2} x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$$

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (1, -1), R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{4 + 4 + 8}}{2} = 2 \quad \text{(نمره ۰/۲۵)}$$

$$\text{فاصله } O \text{ تا خط} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 + 4 + 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{8}{5} = 1.6 < 2 \quad \text{(نمره ۰/۲۵)}$$

چون فاصله مرکز  $O$  تا خط برابر شعاع دایره است، پس خط بر دایره مماس است. (نمره ۰/۲۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۵)

## پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۱۳

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

صفحه ۳ از ۴

## پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵) (نمره)

$$\left. \begin{array}{l} A \Rightarrow AF + AF' = \gamma a \\ B \Rightarrow BF + BF' = \gamma a \end{array} \right\} \Rightarrow AF + AF' = BF + BF' \xrightarrow{AF' = BF'} AF = BF' \quad (نمره ۰/۵)$$

بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} AF' = BF' \\ AF = BF' \\ FF' = FF' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle AFF' \cong \triangle BFF' \Rightarrow \overset{\Delta}{\angle} AFF' = \overset{\Delta}{\angle} BFF' \Rightarrow MF = MF' \quad (نمره ۰/۲۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۵۷)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۵/۵) (نمره)

بنابر فرض مسئله داریم:

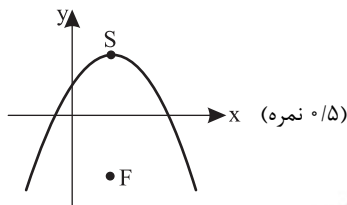
$$2b = 20 \Rightarrow b = 10, c = 6$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 10^2 + 6^2 = 136 \Rightarrow a = 2\sqrt{34} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{6}{2\sqrt{34}} = \frac{3}{\sqrt{34}} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۹)

## پاسخ سؤال ۱۲: (۱) (نمره)

با توجه به جایگاه رأس و کانون سهمی مشخص می شود سهمی قائم رو به پایین است و  $a = SF = 4$ .

$$(x - \alpha)^2 = -4a(y - \beta) \Rightarrow (x - 1)^2 = -16(y - 2) \quad (نمره ۰/۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۵۸)

## پاسخ سؤال ۱۳: (۱) (نمره)

در دیش مخابراتی بین شعاع قاعده R و عمق h و فاصله کانونی a رابطه زیر برقرار است.

در این سؤال  $2R = 160$  پس  $R = 80$  و  $h = \frac{64}{3}$  بنابراین:

$$a = \frac{R^2}{4h} \Rightarrow a = \frac{80 \times 80}{4 \times \frac{64}{3}} = 75 \quad (نمره ۰/۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۵۹)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۱) (نمره)

نقطه A روی صفحه YOZ قرار دارد، پس  $x_A = 0$  پس  $A = (0, -2, 3)$  اگر M وسط پاره خط AB باشد، داریم:

$$M = \frac{A+B}{2} = \left(-\frac{5}{2}, -3, 1\right) \quad (نمره ۰/۲۵)$$

چون  $x_M < 0$  و  $y_M < 0$  و  $z_M > 0$ ، پس نقطه M در ناحیه سوم دستگاه مختصات فضایی قرار دارد. (نمره ۰/۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۶۴)

## پاسخ سؤال ۱۵: (هر مورد ۰/۲۵) (نمره)

$$\text{الف) } \vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \vec{b} \Rightarrow \vec{a}' = \frac{2+0-1}{\sqrt{4+1}} (2, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{5}} (2, 0, 1) = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, 0, \frac{1}{\sqrt{5}}\right) \quad (نمره ۰/۵)$$

$$\vec{a}' \cdot \vec{c} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, 0, \frac{1}{\sqrt{5}}\right) \cdot (1, -1, -2) = \frac{2}{\sqrt{5}} + 0 - \frac{2}{\sqrt{5}} = 0 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$\text{ب) } \left. \begin{array}{l} \vec{a} + \vec{b} = (3, 2, 0) \\ 2\vec{b} + \vec{c} = (5, -1, 0) \end{array} \right\} \Rightarrow \cos \theta = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (2\vec{b} + \vec{c})}{|\vec{a} + \vec{b}| |2\vec{b} + \vec{c}|} = \frac{15 - 2 + 0}{\sqrt{9+4}\sqrt{25+1}}$$

$$= \frac{13}{\sqrt{13}\sqrt{26}} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{26}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 45^\circ \quad (نمره ۰/۲۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۷۸ و ۸۰)

## پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۱۳

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

صفحه ۴ از ۴

## پاسخ سؤال ۱۶: (هر مورد ۱ نمره)

الف) حاصل ضرب خارجی دو بردار  $\vec{a} - \vec{c}$  و  $\vec{b}$  در راستای بردار عمود بر  $\vec{a} - \vec{c}$  و  $\vec{b}$  است. (۲/۵ نمره)

$$\vec{a} - \vec{c} = (-1, -1, 2), \vec{b} = (1, 0, -1) \quad (\text{نمره } 2/5)$$

$$(\vec{a} - \vec{c}) \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

ب)

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (1, -2, 2) \cdot (-1, -2, -1) = -1 + 4 - 2 = 1 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

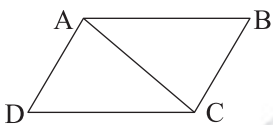
پس:

$$\text{حجم متوازی السطوح} = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 1 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۸۱ و ۸۳)

## پاسخ سؤال ۱۷: (۱/۵ نمره)

دو برابر مساحت مثلث ADC برابر مساحت متوازی الاضلاع ABCD است. پس:



$$\vec{AD} = D - A = (-3, 2, -3) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\vec{AC} = C - A = (1, 2, 1) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\vec{AD} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -3 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 8\mathbf{i} - 8\mathbf{k} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$S_{ABCD} = 2S_{ADC} = |\vec{AD} \times \vec{AC}| = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۱)

## پاسخ سؤال ۱۸: (۱ نمره)

اثبات:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 0 \Leftrightarrow |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{a}| \neq 0, |\vec{b}| \neq 0 \\ \sin \theta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \theta = 0 \text{ یا } \theta = \pi \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۲)

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر