



انتشارات خوشخوان

خوشخوان

آزمون ۱۲ - جامع - دوازدهم ریاضی

دفترچه سوال

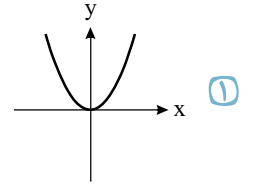
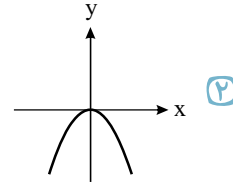
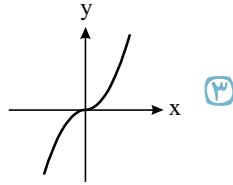
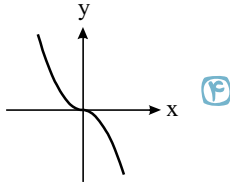
۷۰۲۶۰۳۷



۱ جمله نخست یک دنباله حسابی -21 است. اگر جمع ده جمله ابتدایی آن $120-$ باشد، جمع تمام جملات منفی آن کدام است؟

- ① -52 ② -62 ③ -121 ④ -123

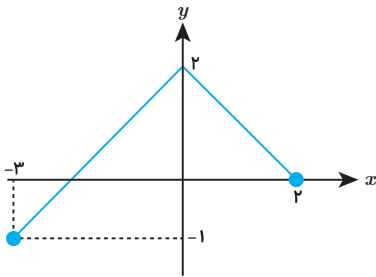
۲ دامنه تابع $y = \sqrt{xf(-x)}$ برابر \mathbb{R} است. نمودار تابع f کدام می‌تواند باشد؟



۳ اگر $f(x) = \frac{x}{x+2}$ و $gof(x) = \frac{x}{x-3}$ ، مقدار $g(\frac{1}{2})$ کدام است؟

- ① -2 ② 2 ③ -4 ④ 4

۴ اگر نمودار $y = f(x)$ مطابق شکل مقابل باشد، اشتراک دامنه و برد $y = 3f(-\frac{x}{2})$ کدام است؟



- ① $[-4, 6]$ ② $[-3, 6]$ ③ $[-2, 4]$ ④ $[-2, 3]$

۵ چند جمله‌ای $f(x) = x^4 + 4x^3 + ax$ بر $x+2$ بخش پذیر است. بزرگ‌ترین ریشه معادله $f(x) = 0$ کدام است؟

- ① $1 + \sqrt{3}$ ② $-1 + \sqrt{3}$ ③ $1 + \sqrt{5}$ ④ $-1 + \sqrt{5}$

۶ نمودار توابع $f(x) = \sqrt{3x+1}$ و $g(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-4}$ در کدام بازه متقاطع‌اند؟

- ① $(\frac{11}{2}, \frac{13}{2})$ ② $(\frac{13}{2}, \frac{15}{2})$ ③ $(\frac{15}{2}, \frac{17}{2})$ ④ $(\frac{17}{2}, \frac{19}{2})$

۷ مجموعه جواب نامعادله $(x+1)|x| < x+4$ بازه $(-\infty, a)$ است. مقدار a کدام است؟

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

۸ اگر لگاریتم عدد $4\sqrt[3]{0.25}$ در مبنای ۲ برابر A باشد، حاصل لگاریتم عدد $(1 - \frac{1}{8})$ در پایه ۸ چقدر است؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ -1 ④ $-\frac{4}{3}$

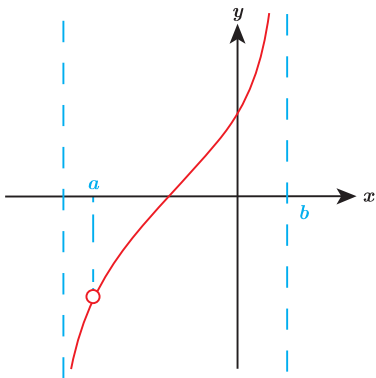
۹ مقدار $\cot 50^\circ (1 + \cos 80^\circ)$ در کدام گزینه آمده است؟

- ① $\sin 10^\circ$ ② $\cos 10^\circ$ ③ $\sin 20^\circ$ ④ $\cos 20^\circ$

۱۰ معادله $\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \tan 3x$ در بازه $(0, \pi)$ چند جواب دارد؟

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

۱۱ بخشی از نمودار تابع $y = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$ به صورت مقابل است. حاصل ab چند برابر π^2 است؟



۴ $-\frac{3}{8}$

۳ $-\frac{3}{4}$

۲ $-\frac{1}{8}$

۱ $-\frac{1}{4}$

۱۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sqrt{1 + x^2}}$ برابر کدام است؟

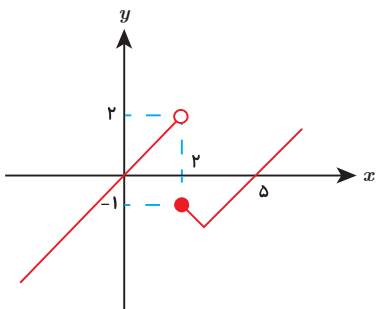
۴ -3

۳ 3

۲ -6

۱ 6

۱۳ اگر نمودار f مطابق شکل مقابل باشد، کدام تابع در \mathbb{R} پیوسته است؟



۴ $y = |f(x) - \frac{1}{2}|$

۳ $y = |f(x) + 1|$

۲ $y = |f(x) - 2|$

۱ $y = |f(x) + \frac{1}{2}|$

۱۴ اگر $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ ضابطه تابع f کدام می تواند باشد؟

۴ $\log \frac{x-1}{x+1}$

۳ $\log \frac{x+1}{x-1}$

۲ $\frac{[x]}{x-1}$

۱ $\frac{[-x]}{1-x}$

۱۵ با فرض $f(x) = ([x] - |x|)\sqrt[3]{4x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2}$ کدام است؟

۴ -4

۳ $-\frac{10}{9}$

۲ $-\frac{10}{3}$

۱ -2

۱۶ اگر $f(x) = |x^2 - 1|$ مشتق تابع $y = f(\frac{3x}{f(x)})$ به ازای $x = \frac{1}{2}$ چه عددی است؟

۴ $-\frac{80}{3}$

۳ $\frac{80}{3}$

۲ $-\frac{16}{3}$

۱ $\frac{16}{3}$

۱۷ نمودار تابع $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2}{x^2 + 1}$ مجانب افقی خود را روی محور y ها قطع می کند. اگر یک نقطه اکسترمم نسبی f بر محور x ها واقع باشد، حاصل ab کدام است؟

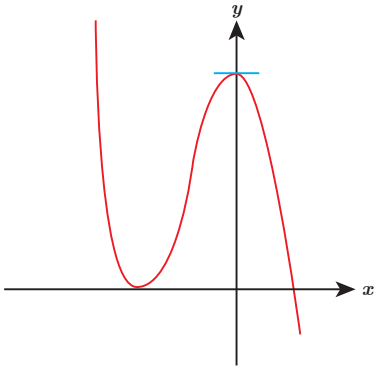
۴ ± 4

۳ ± 8

۲ ± 2

۱ ± 6

۱۸ نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3ax^2 + bx + 4$ به شکل مقابل است. طول نقطه عطف آن چه عددی است؟



۴ $-\frac{1}{6}$

۳ $-\frac{1}{3}$

۲ $-\frac{2}{3}$

۱ -۱

۱۹ اگر در مثلث ABC اضلاع به ترتیب $a = 10$ ، $b = 7$ و $c = 8$ واحد، نقطه O' محل تلاقی نیمسازهای خارجی دو رأس B و C بوده و از نقطه O' عمود $O'H$ را بر BC وارد کنیم، اندازه BH چقدر است؟

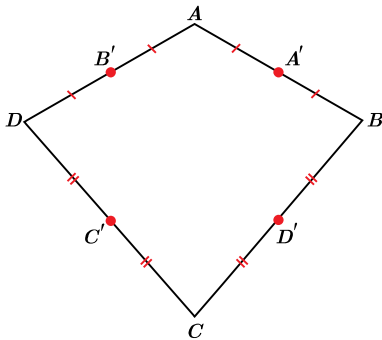
۴ ۵٫۵

۳ ۶

۲ ۴٫۵

۱ ۵

۲۰ در شکل روبه‌رو هریک از قطرهای چهارضلعی $ABCD$ برابر a می‌باشند. محیط چهارضلعی $A'B'C'D'$ چه رابطه‌ای با a دارد؟



۴ با a رابطه‌ای ندارد.

۳ a

۲ $\frac{3}{2}a$

۱ $2a$

۲۱ اگر در مثلث ABC مجموع دو زاویه \hat{A} و \hat{C} برابر 120° و پاره‌خط‌های AA' ، BB' و CC' ارتفاع‌های مثلث باشند، بیشترین اندازه زاویه $\widehat{CB'C'}$ چند درجه است؟

۴ 90°

۳ 60°

۲ 135°

۱ 120°

۲۲ دو دایره C_1 و C_2 در نقطه T مماس خارج‌اند و پاره‌خط T_1T_2 مماس مشترک خارجی آن‌هاست، اندازه زاویه $\widehat{T_1TT_2}$ چگونه وضعیتی دارد؟

۴ گزینه‌های «۲» و «۳»

۳ $\widehat{T_1TT_2} < 90^\circ$

۲ $\widehat{T_1TT_2} > 90^\circ$

۱ $\widehat{T_1TT_2} = 90^\circ$

۲۳ اگر سه خط L_1 ، L_2 و L_3 دو به دو ناموازی و غیرهم‌مس باشند و بخواهیم مثلث متساوی‌الاضلاعی چنان رسم کنیم، که هر رأس این مثلث روی یکی از این سه خط باشد، برای این ترسیم چه تبدیلی و با چند جواب ممکن است؟

۴ دوران - یک جواب

۳ دوران - بی‌شمار جواب

۲ انتقال - یک جواب

۱ انتقال - بی‌شمار جواب

۲۴ اگر ماتریس A مربعی از مرتبه 20×20 با ضابطه $A = [i^2 - 3j]$ تعریف شود، حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی چقدر است؟

۴ ۳۴۰

۳ -2^{20}

۲ 2^{20}

۱ صفر

۲۵) معادله $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix}$ چند جواب حقیقی دارد؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۲۶) اگر دو دایره به معادله‌های $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$ و $x^2 + y^2 + 2x + 6y + c = 0$ مماس خارج باشند، مقدار c چه عددی است؟

- ① ۲/۵ ② ۱/۵ ③ ۳ ④ ۹

۲۷) اگر خروج از مرکز یک بیضی $\frac{3}{4}$ واحد باشد، آنگاه اندازه وتری از آن که در یکی از کانون‌ها بر قطر بزرگ بیضی عمود است؛ بر حسب a چگونه است؟

- ① $2a$ ② $\frac{8}{7}a$ ③ $\frac{7}{8}a$ ④ $\frac{a}{2}$

۲۸) دو بردار مخالف صفر \vec{a} در فضای \mathbb{R}^3 مفروض بوده، به طوری که $|\vec{a} \times \vec{b}| = -\vec{a} \cdot \vec{b}$ باشد، زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} چه اندازه‌ای دارد؟

- ① $\frac{\pi}{8}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{3\pi}{8}$ ④ $\frac{3\pi}{4}$

۲۹) اگر چهار نقطه $A_1(2, 1, t)$ ، $A_2(1, 0, 0)$ ، $A_3(0, 1, 1)$ و $A_4(1, 1, -1)$ بر یک صفحه واقع باشند، آنگاه t چه مقداری دارد؟

- ① $t = -3$ ② $t = -1$ ③ $t = 3$ ④ $t = 1$

۳۰) هم‌ارز گزاره $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$ کدام است؟

- ① $r \Rightarrow (r \vee p)$ ② $(p \wedge q) \Rightarrow q$ ③ T ④ هر سه مورد

۳۱) کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- ① $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A$ ② $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = B$
 ③ $(A' \cap B) \cup [(A \cap B) - B'] \cup (A \cap B) = B$ ④ $(A \cup B) - B = A$

۳۲) تاسی را ۵ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه در پنجمین پرتاب برای بار سوم عدد ۶ بیاید چقدر است؟

- ① $\frac{20}{1296}$ ② $\frac{25}{1296}$ ③ $\frac{25}{216}$ ④ $\frac{20}{216}$

۳۳) مدرسه‌ای می‌خواهد ۳ درس اختصاصی متفاوت و ۲ درس عمومی متفاوت را در ۵ روز از هفته (شنبه تا چهارشنبه) امتحان بگیرد، به طوری که در هر روز فقط امتحان یک درس برگزار شود. اگر این برنامه‌ریزی به صورت تصادفی انجام شود با چه احتمالی هیچ دو درس اختصاصی در دو روز متوالی نخواهد بود؟

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{6}$

۳۴) میانگین ۱۰ داده آماری برابر ۲۰ است. اگر داده جدیدی به آنها اضافه شود، میانگین ۱۱ داده جدید برابر $19\frac{1}{4}$ می‌شود. مجموع ارقام جزء صحیح داده اضافه شده کدام است؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ ۶

۳۵) در کدام یک از گزینه‌های زیر، روش گردآوری داده‌ها دادگان است؟

- ① میزان رضایت دانش‌آموزان دوازدهم یک مدرسه ② بررسی علل کم‌کاری کارمندان یک فروشگاه در یک ماه گذشته
 ③ تعداد راننده‌هایی که در خیابان آزادی کمر بند ایمنی خود را بسته‌اند. ④ تعداد قهرمانی‌های بارسلونا در لالیگا

۳۶ حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۷ برابر کوچک‌ترین مضرب مشترک آنها است. اگر مجموع آن دو عدد برابر ۸۴ باشد، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقدار تفاضل آنها کدام است؟

- ① ۷۰ ② ۱۴ ③ ۲۸ ④ ۵۶

۳۷ مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار دورقمی n به طوری که معادله $14x + 21y = n^2 + n$ در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد، کدام است؟

- ① ۱۶ ② ۱۷ ③ ۱۸ ④ ۱۵

۳۸ اگر رئوس گراف C_5 ، $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ باشند آن‌گاه این گراف چند زیرگراف همبند دارد؟

- ① ۲۵ ② ۲۶ ③ ۳۰ ④ ۳۶

۳۹ چند عدد سه رقمی وجود دارد که بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد؟

- ① ۲۲۰ ② ۲۴۰ ③ ۱۸۰ ④ ۲۵۰

۴۰ در بسط عبارت $(x + y + z)^{12}$ ، در چند جمله توان x کوچک‌تر از ۳ و توان y بزرگ‌تر از ۱ است؟

- ① ۴۰ جمله ② ۳۰ جمله ③ ۱۷ جمله ④ ۱۴ جمله

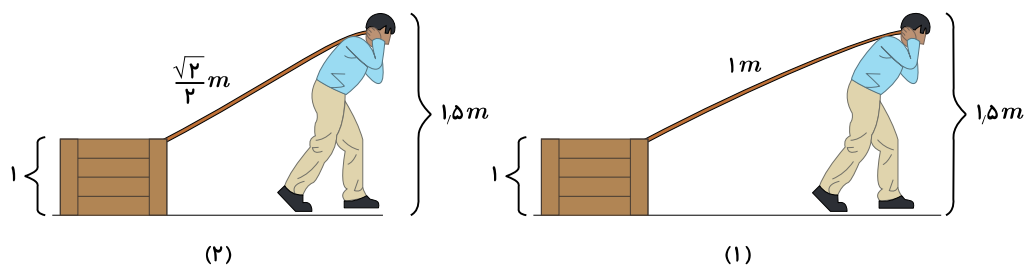
۴۱ در یک باغ میوه برای آبیاری، استخر ذخیره آبی به ابعاد $15 \times 100 \times 50$ بر حسب متر وجود دارد. اگر این استخر با قطرات آب باران پر شود، مرتبه بزرگی تعداد قطرات آبی که می‌تواند استخر را پر کند کدام است؟ (قطر یک قطره $0.4mm$ است.)

- ① 10^{12} ② 10^{16} ③ 10^{19} ④ 10^{22}

۴۲ آلیاژی از دو فلز به جرم‌های $m_1 = m$ و $m_2 = 3m$ و چگالی‌های $\rho_1 = 10 \frac{g}{cm^3}$ و ρ_2 ساخته شده است. اگر قسمتی از این آلیاژ به حجم V را با فلزی دیگر به حجم $3V$ و چگالی $5 \frac{g}{cm^3}$ مخلوط کنیم و چگالی مخلوط نهایی $6 \frac{g}{cm^3}$ شود، ρ_2 کدام است؟

- ① $\frac{144}{11} \frac{g}{cm^3}$ ② $\frac{90}{7} \frac{g}{cm^3}$ ③ $\frac{45}{7} \frac{g}{cm^3}$ ④ $\frac{270}{31} \frac{g}{cm^3}$

۴۳ شخصی مطابق شکل در دو حالت جعبه را با سرعت ثابت روی زمین می‌کشد. در یک حالت طول طناب $1m$ و در حالت دوم طول طناب $\frac{\sqrt{2}}{2}m$ است. اگر کار شخصی در هر دو حالت و در جابه‌جایی برابر مساوی باشد، نیرویی که در حالت دوم به جسم وارد شده است، چند برابر حالت اول است؟



- ① ۱ ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

۴۴ توپی به جرم $1kg$ را از ارتفاع ۴ متری سطح زمین رها می‌کنیم. توپ به زمین برخورد کرده و به سمت بالا برمی‌گردد. اگر در هر برخورد به زمین $10J$ انرژی توپ تلف شود، تا زمان توقف کامل، توپ چند متر مسافت طی کرده است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و از اتلاف انرژی در اثر مقاومت هوا صرف نظر شده است.)

- ① $16m$ ② $10m$ ③ $8m$ ④ $7m$

۴۵ عمیق ترین قسمت خلیج فارس $92m$ عمق دارد. اگر فردی تا این عمق پایین برود به پرده گوشش که $1cm^2$ مساحت دارد، چه نیرویی وارد می شود؟ ($P_0 = 10^5 Pa$ ، $\rho_{\text{آب دریا}} = 1 \frac{g}{cm^3}$)

- ۱) $92N$ ۲) $102N$ ۳) $192N$ ۴) $202N$

۴۶ به جسمی گرما می دهیم و دمای آن افزایش می یابد. اگر رابطه دمای این جسم در مقیاس سلسیوس بر حسب زمان $\theta = 0.2t + 50$ باشد، در چه لحظه ای بر حسب ثانیه تقریباً دمای جسم در مقیاس کلونین و فارنهایت برابر می شود؟

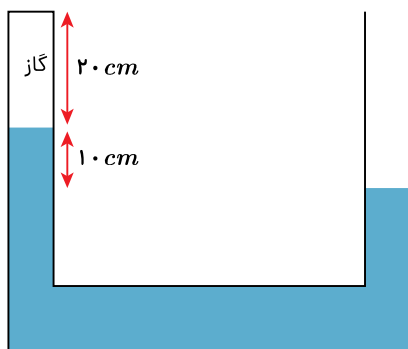
- ۱) 800 ۲) 1000 ۳) 1250 ۴) 2000

۴۷ یک ظرف مسی به جرم $1.5kg$ و دمای $22^\circ C$ را روی شعله ای به توان $193W$ قرار می دهیم. در همین لحظه داخل ظرف 1930 گرم آب $20^\circ C$ می ریزیم. پس از 5 دقیقه دمای تعادل چند درجه سلسیوس خواهد بود؟

$$C_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg^\circ C}, C_{\text{مس}} = 386 \frac{J}{kg^\circ C} \text{ و از اتلاف گرما صرف نظر شده است}$$

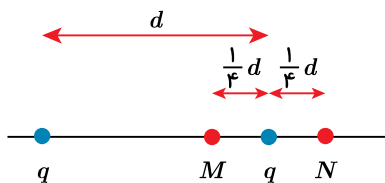
- ۱) 33 ۲) 40 ۳) 48 ۴) 53

۴۸ در شکل مقابل فشار هوا $10^5 Pa$ است و مایع درون لوله به چگالی $2.5 \frac{g}{cm^3}$ در حال تعادل است. دمای گاز محبوس داخل لوله را چند درجه افزایش دهیم تا سطح مایع در هر لوله برابر شود؟ (سطح مقطع دو طرف لوله برابر و دمای اولیه گاز $117^\circ C$ است)



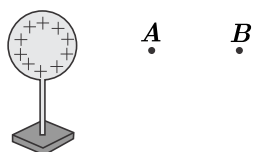
- ۱) 78 ۲) 93.6 ۳) 103 ۴) 110

۴۹ دو بار هم نام q مطابق شکل در فاصله d از هم قرار دارند. بار q_1 را بار اول در نقطه M و بار دوم در نقطه N قرار می دهیم. نیرویی که بر بار q_1 در حالت دوم وارد می شود چند برابر حالت اول است؟



- ۱) $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{127}{125}$ ۳) $\frac{117}{100}$ ۴) $\frac{104}{100}$

۵۰ در شکل مقابل بار $-q$ از A تا B جابه جا می شود. در این جابه جایی در مورد مقدار نیروی وارد بر جسم، پتانسیل نقاط A و B و انرژی پتانسیل الکتریکی در نقاط A و B کدام گزینه صحیح است؟



- ۱) $U_A > U_B, V_A > V_B, F_A > F_B$ ۲) $U_A < U_B, V_A > V_B, F_A > F_B$
 ۳) $U_A > U_B, V_A < V_B, F_A > F_B$ ۴) $U_A < U_B, V_A < V_B, F_A < F_B$

۵۱ اختلاف پتانسیل دو سر خازنی را از $10V$ به $30V$ می‌رسانیم. انرژی ذخیره شده روی خازن $240mJ$ افزایش می‌یابد. ظرفیت خازن چند μF است؟

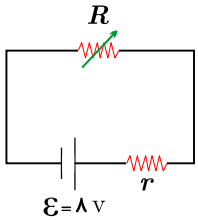
۸۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

۵۲ در مدار ساده شکل مقابل مقاومت رئوستا را 2Ω تغییر می‌دهیم تا جریان در مدار از $2A$ به $4A$ برسد. اگر در هر دو حالت توان مصرفی مقاومت برابر باشد، مقاومت درونی مولد چند اهم است؟



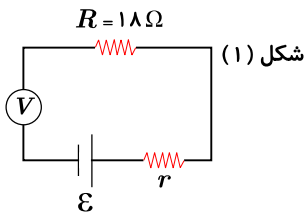
۴ (۴)

 $\frac{8}{3}$ (۳)

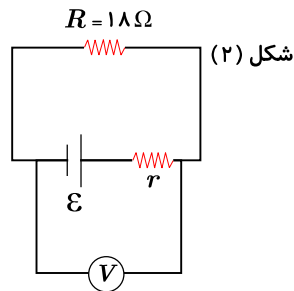
۲ (۲)

 $\frac{4}{3}$ (۱)

۵۳ در شکل (۱) ولت‌سنج ایده آل $10V$ و در شکل (۲) ولت‌سنج ایده آل $9V$ ولت را نشان می‌دهد. r چند اهم است؟



شکل (۱)



شکل (۲)

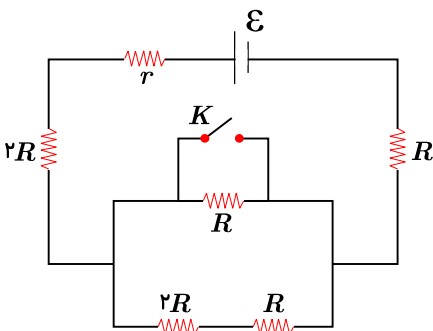
۴٫۵ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰٫۵ (۱)

۵۴ در شکل مقابل بعد از بسته شدن کلید، مقاومت معادل مدار چه مقدار بر حسب اهم تغییر می‌کند؟ ($R = 2\Omega$)

 $\frac{13}{2}$ (۴)

۶ (۳)

۲ (۲)

 $\frac{3}{2}$ (۱)

۵۵ بار $q = 10 + \mu C$ عمود بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $0.2T$ و با سرعت $v = 2 \times 10^4 t + 10^5$ در SI روی خط راست حرکت می‌کند. نیروی مغناطیسی متوسطی که در بازه $t = 0$ تا $t = 10s$ به بار الکتریکی وارد می‌شود چند نیوتن است؟

۰٫۵ (۴)

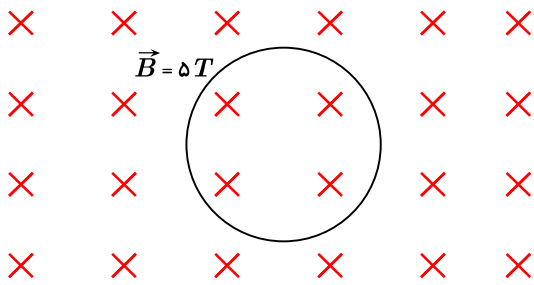
۰٫۴ (۳)

۰٫۳ (۲)

۰٫۲ (۱)

۵۶ در شکل مقابل شعاع حلقه 20 cm است. اگر همین حلقه را به شکل مربع دریاوریم، تغییراندازه شار مغناطیسی چند وبر و چگونه خواهد بود؟

($\pi = 3$)



۱) 0.3 - افزایش

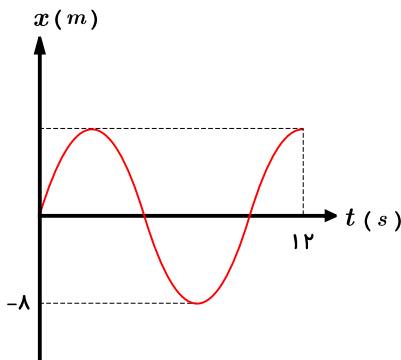
۲) 0.3 - کاهش

۳) 0.15 - افزایش

۴) 0.15 - کاهش

۵۷ نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو رسم شده است. اگر کل مسافت طی شده توسط متحرک 43 m باشد، سرعت متوسط متحرک

در مدت 12 s چند $\frac{m}{s}$ است؟



۲) $\frac{3}{4}$

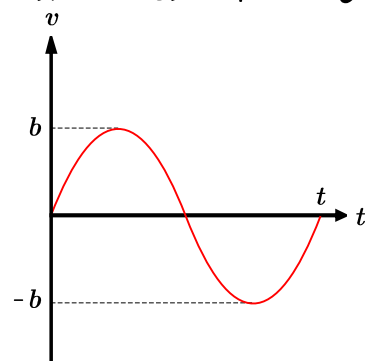
۴) $\frac{35}{12}$

۱) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{27}{25}$

۵۸ نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مبدأ مکان در مبدأ زمان قرار دارد، مطابق شکل زیر به صورت سینوسی است. در چه کسری از زمان t بردار

شتاب و مکان جسم هم‌جهت هستند؟



۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{3}{4}$

۴) ۱

۵۹ معادله سرعت - مکان متحرکی که از مبدأ مکان شروع به حرکت می‌کند $v^2 = 10x + 36$ است. اگر متحرک در مبدأ زمان در خلاف جهت

محور x ها حرکت کرده باشد، در $t = 5\text{ s}$ از چه مکانی عبور می‌کند؟

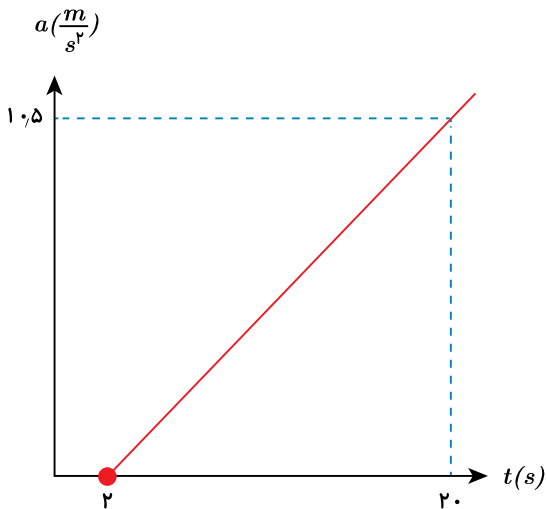
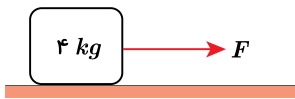
۴) -32.5 m

۳) 32.5 m

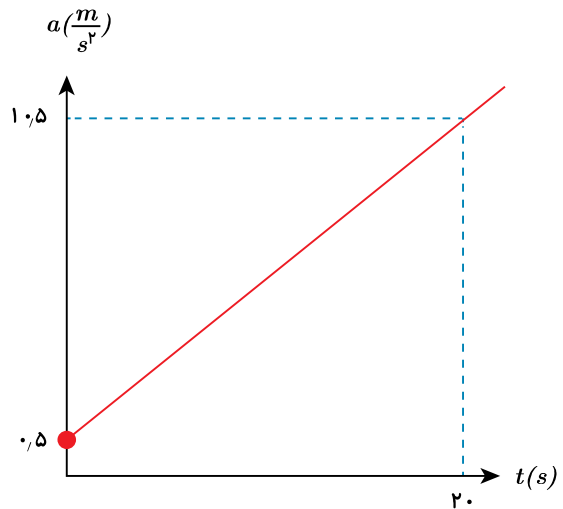
۲) -92.5 m

۱) 92.5 m

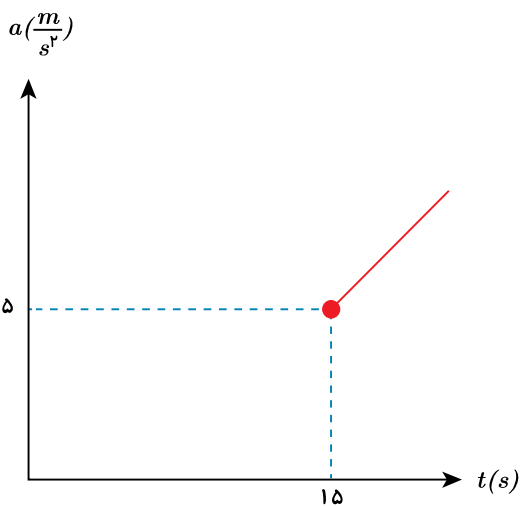
۶۰ در شکل مقابل نیرویی با معادله $F = 2t + 2$ بر حسب نیوتون بر جسم ساکن وارد می‌شود. نمودار شتاب بر حسب زمان جسم کدام می‌تواند باشد؟ ($\mu_s = 0.8, \mu_k = 0.3$)



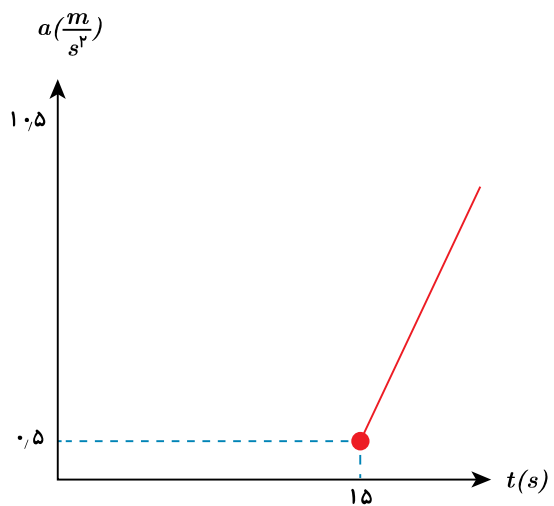
۲



۱



۴



۳

۶۱ داخل یک آسانسور جعبه‌ای به جرم 10 kg را به دیوارهٔ آسانسور تکیه داده‌ایم و با نیروی افقی F ثابت نگه می‌داریم. اگر ضریب اصطکاک ایستایی جعبه با دیوارهٔ آسانسور 0.5 باشد و آسانسور با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ تند شونده به سمت پایین حرکت کند، حداقل نیروی F چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

آزمون ۱۲ - جامع - دوازدهم ریاضی



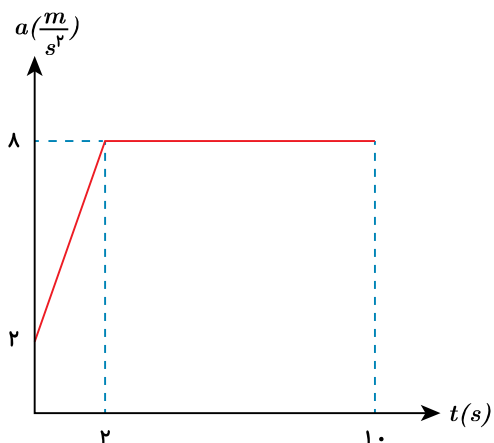
۸۰ ۴

۱۰۰ ۳

۱۶۰ ۲

۲۰۰ ۱

۶۲) نمودار شتاب زمان جسمی به جرم 2 kg مطابق شکل روبه‌رو است. نیروی خالص متوسطی که در 10 s اول حرکت به جسم وارد می‌شود چند نیوتون است؟



۱۶ (۴)

۱۴٫۸ (۳)

۸ (۲)

۷٫۴ (۱)

۶۳) نوسانگری با دامنه A و دوره T در حال نوسان روی خط راست است. تندی و اندازه شتاب متوسط نوسانگر در بازه زمانی که دو بار متوالی از نقطه تعادل می‌گذرد، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

 $\frac{4A}{T}$ و 0 (۴) $\frac{4A}{T}$ و $\frac{8A\pi}{T^2}$ (۳)

۰ و ۰ (۲)

 $\frac{8A\pi}{T^2}$ و 0 (۱)

۶۴) نوسانگری با دامنه 10 cm و دوره $\frac{\pi}{2}\text{ s}$ نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که نوسانگر در فاصله 4 cm از انتهای پاره خط نوسان قرار دارد. تندی آن چند $\frac{m}{s}$ است؟

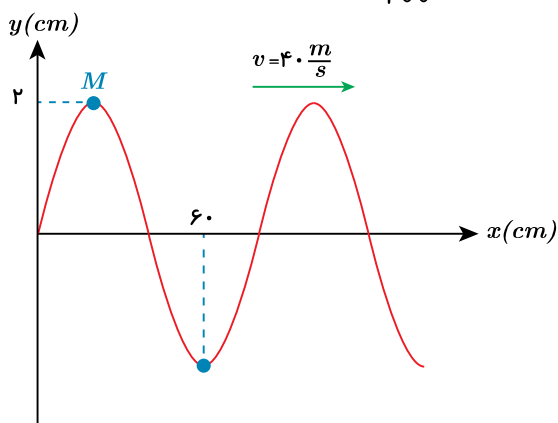
۰٫۴ (۴)

۰٫۳۶ (۳)

۰٫۳۲ (۲)

۰٫۱۶ (۱)

۶۵) شکل زیر نقش یک موج سینوسی عرضی را در $t = 0$ نشان می‌دهد. مسافتی که ذره M تا لحظه $t = \frac{3}{200}$ طی می‌کند چند cm است؟



۲۰ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

۶۶) در فاصله r_1 از یک چشمه صوت، تراز شدت صوت 30 db است. اگر 15 m از چشمه صوت دور شویم، تراز شدت صوت 18 db می‌شود. r_1 چند m است؟ ($\log 2 = 0.3$)

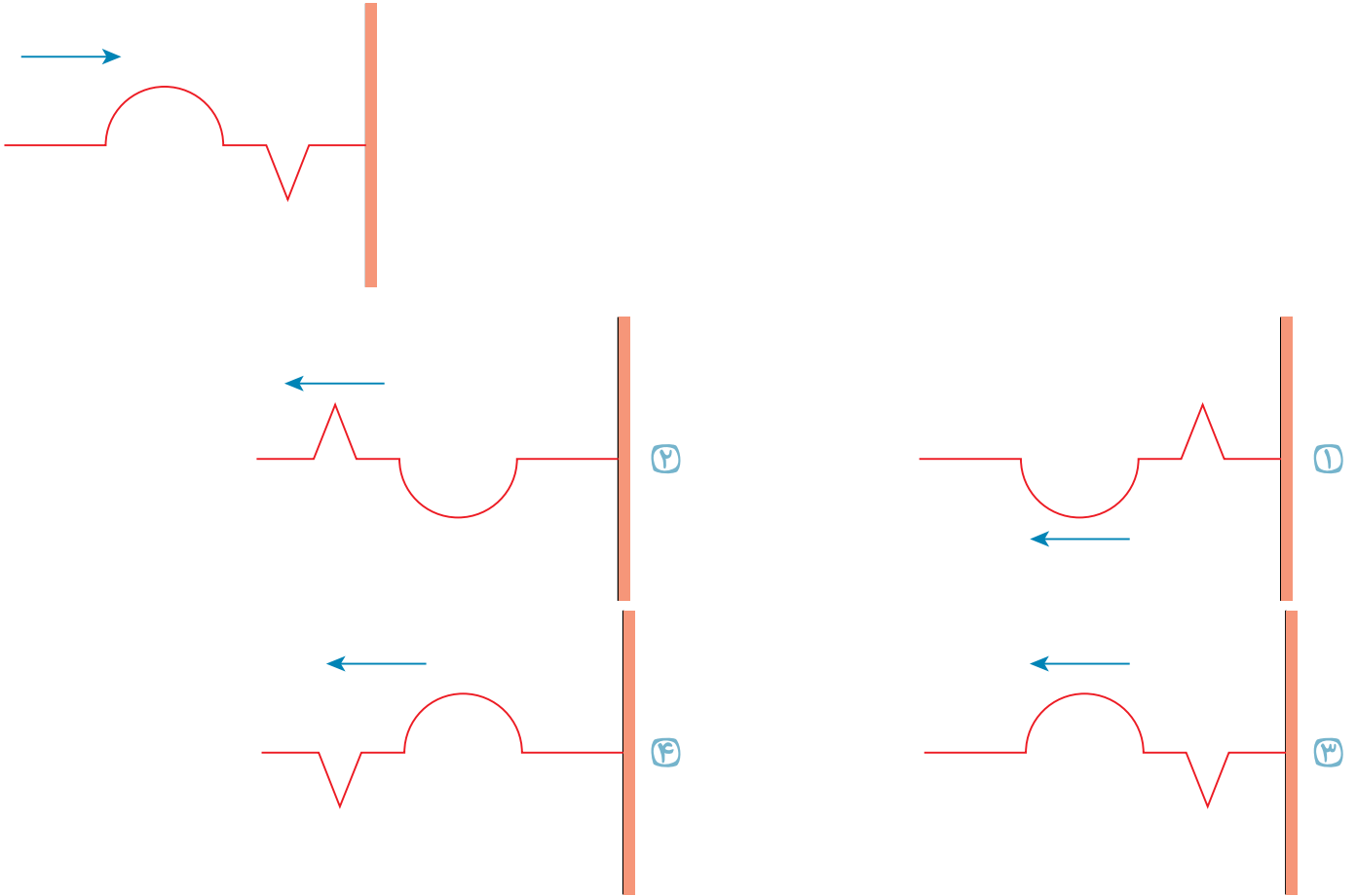
۵ (۴)

۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۲۰ (۱)

۶۷ موجی مطابق شکل روبه‌رو به انتهای بسته طناب می‌رسد. بازتاب این موج به چه شکلی است؟



۶۸ آزمایش فوتوالکتریک را با نور تکفام انجام می‌دهیم و پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد. برای افزایش انرژی فوتوالکتریک‌ها و افزایش تعداد فوتوالکتریک‌ها، به ترتیب کدامیک از تغییرات زیر موثر است؟

- ۱ افزایش بسامد نور فرودی - افزایش بسامد نور فرودی
 ۲ افزایش بسامد نور فرودی - افزایش شدت نور فرودی
 ۳ افزایش شدت نور فرودی - افزایش شدت نور فرودی
 ۴ افزایش شدت نور فرودی - افزایش بسامد نور فرودی

۶۹ الکترون اتم هیدروژن در گذر از تراز n_1 به n_2 فوتونی با انرژی تقریبی 12.1 eV تابش می‌کند. n_2 و n_1 به ترتیب از راست به چپ کدامند؟
 ($E_R = 13.6\text{ eV}$)

- ۱ $n_2 = 2$ و $n_1 = 5$ ۲ $n_2 = 2$ و $n_1 = 3$ ۳ $n_2 = 1$ و $n_1 = 3$ ۴ $n_2 = 1$ و $n_1 = 4$

۷۰ ۹۳٫۷۵ درصد از تعداد هسته‌های یک ماده رادیواکتیو در مدت ۳۰ روز واپاشیده می‌شود. نیمه عمر این ماده رادیواکتیو چند روز است؟

- ۱ ۱۰ روز ۲ ۷٫۵ روز ۳ ۵ روز ۴ ۲٫۵ روز

۷۱ کدام گزینه صحیح است؟

- ۱ هیدروژن دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی است که فراوان‌ترین آن ایزوتوپی است که دارای ۱ پروتون و ۱ نوترون می‌باشد.
 ۲ اورانیوم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که تمامی ایزوتوپ‌های آن به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.
 ۳ پرتوهای فرسرخ طول موج کوتاه‌تر و انرژی کمتری نسبت به پرتوهای فرابنفش دارند.
 ۴ طیف نشری خطی لیتیم همانند هیدروژن در ناحیه مرئی، ۴ خط دارد.

۷۲ یون A^- دارای ۳۶ الکترون و تفاوت شمار پروتون‌ها و نوترون‌های آن نیز ۱۰ واحد است. یک میلیارد اتم A تقریباً چه جرمی برحسب گرم دارد؟

- ۱ 1.3×10^{-13} ۲ 1.3×10^{-16} ۳ 4.8×10^{15} ۴ 4.8×10^{34}

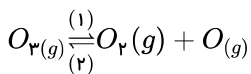
۷۳ عنصری با عدد اتمی ۳۱ در اختیار داریم. این عنصر در کدام گروه و دوره جدول دوره‌ای قرار دارد و تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت آن چقدر است؟

- ① گروه سوم و دوره چهارم - ۳ ② گروه سوم و دوره سوم - ۱۳ ③ گروه سیزدهم و دوره چهارم - ۳ ④ گروه سیزدهم و دوره چهارم - ۱۳

۷۴ چه تعداد از عبارتهای زیر درست بیان شده است؟

- الف) با افزایش ارتفاع از سطح زمین میزان تعداد ذرات در واحد حجم افزایش می‌یابد.
 ب) دمای هوا در ارتفاع ۶/۵ کیلومتری از سطح دریا تقریباً ۵۳ کلوین می‌باشد.
 پ) آرگون را نمی‌توان از تقطیر جزء به جزء هوای مایع به دست آورد.
 ت) هلیوم تولید شده در واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین پس از نفوذ به لایه‌های زمین، وارد میدان‌های گازی می‌شود.
- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۷۵ با توجه به واکنش روبه‌رو کدام یک از عبارتهای زیر صحیح می‌باشد؟

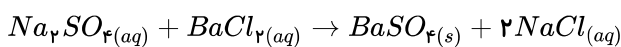


- الف) اگر واکنش در جهت (۱) انجام شود، پرتوهای فرابنفش صرف انجام واکنش می‌شوند.
 ب) به واسطه تشکیل پیوند میان اتم اکسیژن و مولکول آن، پرتوهای فرورسرخ ساطع می‌شوند.
 پ) این واکنش همان واکنشی است که در لایه تروپوسفر انجام شده و بخش عمده اوزون تروپوسفری را تولید می‌کند.
 ت) در هنگام رعد و برق، گازهای اکسیژن و نیتروژن واکنش داده و واکنش دهنده واکنش بالا را تولید می‌کنند.
- ① الف، ب، پ ② الف، ب ③ ب، پ، ت ④ الف، ب، ت

۷۶ مخلوطی به حجم ۲۲۴۰ لیتر شامل کربن مونوکسید و مقدار اضافی اکسیژن در شرایط STP است. اگر طی شرایط مناسب کربن مونوکسید با اکسیژن واکنش دهد، حجم مخلوط نهایی در شرایط STP به $2049/6$ می‌رسد. در مخلوط اولیه چند مول جفت الکترون ناپیوندی وجود داشته است؟

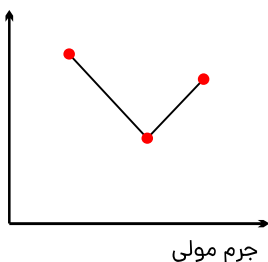
- ① ۲۷۴/۵ ② ۳۰۰ ③ ۴۰۰ ④ ۳۶۶

۷۷ سدیم سولفات موجود در ۱۰۰۰ میلی‌لیتر محلول 10^{-4} مولار طی واکنش با ۱ لیتر محلول چند ppm باریم کلرید به طور کامل مصرف می‌شود و چند گرم رسوب تولید می‌شود؟ ($Ba = 137$, $Cl = 35/5$, $S = 32$, $Na = 23$, $O = 16$; $g \cdot mol^{-1}$) (چگالی محلول باریم کلرید را $1 \frac{kg}{L}$ در نظر بگیرید)



- ① ۰٫۰۲۳۳ - ۲۰٫۸ ② ۰٫۰۲۳۳ - ۰/۰۲۰۸ ③ ۲۳/۳ - ۲۰/۸ ④ ۲۳/۳ - ۰/۰۲۰۸

۷۸ کدام گزینه نادرست است؟



جرم مولی

- ① شکل روبه‌رو می‌تواند روند تغییرات نقطه جوش ترکیبات هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۷ را نشان دهد.
 ② استون با وجود داشتن جرم مولی بیشتر، نقطه جوش پایین‌تری نسبت به اتانول دارد.
 ③ میزان قطبیت هگزان همانند پد دقیقاً برابر صفر است.
 ④ هنگامی انحلال انجام می‌گیرد که میانگین جاذبه‌ی حلال و حل‌شونده در محلول بیشتر از میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده‌های خالص باشد.

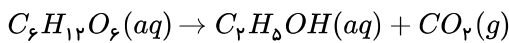
۷۹ انحلال پذیری گازها در آب (به شرطی که واکنش شیمیایی ندهند) با افزایش فشار، می یابد اما با وجود اینکه CO_2 ناقطبی و NO قطبی است، انحلال پذیری در آب (در دما و فشار ثابت) از دیگری بیشتر است.

- ① افزایش - CO_2 ② افزایش - NO ③ کاهش - CO_2 ④ کاهش - NO

۸۰ کدام مقایسه به درستی انجام نشده است؟

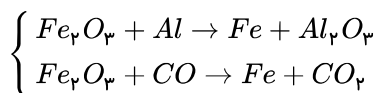
- ① رسانایی گرمایی: $Pb > N_p$ ② شکل پذیری و توانایی مفتول شدن: $Al > S$
 ③ شعاع اتمی: $Mg > Al$ ④ واکنش پذیری با مولکول هیدروژن: $Br_2 > Cl_2$

۸۱ اگر واکنش تخمیر بی هوازی گلوکز، با بازده ۷۰ درصد انجام شود، ۳٫۲ لیتر گاز در شرایط STP آزاد می شود. تقریباً چند گرم گلوکز در این واکنش به سوخت سبز تبدیل شده است؟ ($g \cdot mol^{-1}$: $O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$)



- ① ۹ ② ۱۲٫۹ ③ ۱۸٫۴ ④ ۱۸

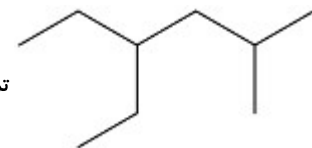
۸۲ از واکنش ۴۰ گرم هماتیت با مقدار کافی فلز آلومینیم مقدار ۱۴/۵۶ گرم فلز مذاب به دست می آید. از طرفی در این واکنش درصد خلوص هماتیت برابر بازده درصدی واکنشی است که طی آن ۱۰۰ گرم آهن (III) اکسید با مقدار کافی کربن مونوکسید واکنش داده و ۲۷/۳ لیتر کربن دی اکسید را در شرایط STP تولید می کند. بازده درصدی واکنش ترمیت چقدر است؟ (ناخالصی های هماتیت در واکنش ها شرکت نمی کنند) ($Fe = 56$, $Al = 27$, $O = 16 g \cdot mol^{-1}$)



- ① ۶۵ ② ۵۲ ③ ۳۲٫۵ ④ ۸۰

۸۳ کدام گزینه صحیح است؟

- ① فراریت وازلین از گریس بیشتر است.



- ② نام صحیح ترکیب به صورت ۳- اتیل - ۵- متیل هگزان می باشد.

- ③ هرگاه گاز اتن را در محلولی از برم وارد کنیم، رنگ قرمز محلول افزایش می یابد.

- ④ گاز گوگرد دی اکسید را همانند کربن دی اکسید می توان با کلسیم اکسید واکنش داده و به صورت سولفات، آن را جمع آوری کرد.

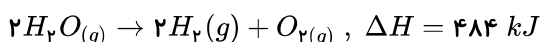
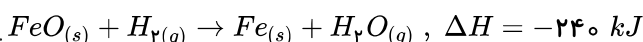
۸۴ پاسخ صحیح سؤالات زیر در کدام گزینه آمده است؟

(الف) مجموع انرژی جنبشی ذرات سازنده یک نمونه ماده را هم ارز با چه کمیتی قرار می دهند؟

(ب) یکای رایج دما را با چه نمادی نشان می دهند؟

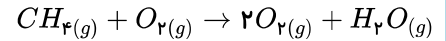
- ① (الف) انرژی گرمایی - $^{\circ}C$ ② (الف) دما - $^{\circ}C$ ③ (الف) انرژی گرمایی - θ ④ (الف) دما - θ

۸۵ توجه به واکنش های زیر، به ازای تولید ۲ گرم هیدروژن طی واکنش $3Fe(s) + 4H_2O(g) \rightarrow Fe_3O_4(s) + 4H_2(g)$ ، میزان تغییرات آنتالپی چقدر خواهد بود؟



- ① +۶۴۴ ② +۱۶۱ ③ -۷۴۴ ④ -۱۸۶

۸۶ به کمک جدول مقابل، آنتالپی واکنش سوختن متان چند کیلوژول است؟



میانگین آنتالپی ($kJ mol^{-1}$)	پیوند	میانگین آنتالپی ($kJ mol^{-1}$)	پیوند
۲۴۲	$Cl - Cl$	۳۸۰	$C - O$
۱۹۳	$Br - Br$	۳۹۱	$N - H$
۱۵۱	$I - I$	۴۶۳	$O - H$
۵۶۷	$H - F$	۳۴۸	$C - C$
۴۳۱	$H - Cl$	۶۱۴	$C = C$
۴۹۵	$O = O$	۸۳۹	$C \equiv C$
۹۴۵	$N \equiv N$	۷۹۹	$C = O$
۴۱۵	$C - H$	۱۶۳	$N - N$
		۱۴۶	$O - O$

+۸۹۰ (۴)

+۸۰۰ (۳)

-۸۹۰ (۲)

-۸۰۰ (۱)

۸۷ چه تعداد از عوامل نام برده شده برای هر گزینه به درستی بیان شده است؟

(الف) بی‌رنگ شدن سریع محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات و یک اسید آلی در اثر افزایش دما: تأثیر دما بر سرعت واکنش
 (ب) سوختن گرد آهن هنگام پاشیدن بر روی شعله و سرخ شدن آن هنگامی که در کپسول چینی قرار دارد: تأثیر غلظت واکنش دهنده بر سرعت واکنش
 (پ) بیشتر بودن سرعت واکنش پتاسیم با آب سرد در مقایسه با فلز سدیم: تأثیر استفاده از کاتالیزگر بر سرعت واکنش

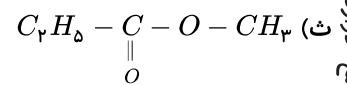
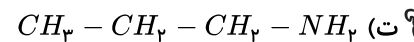
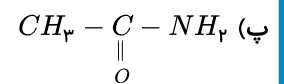
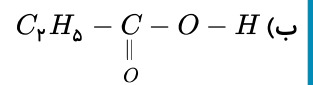
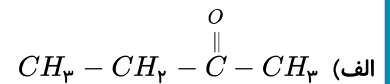
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۸۸ در میان ترکیبات زیر، کدام ترکیب استر، کدام ترکیب کربوکسیلیک اسید و کدام ترکیب آمید است؟ (به ترتیب از راست به چپ)



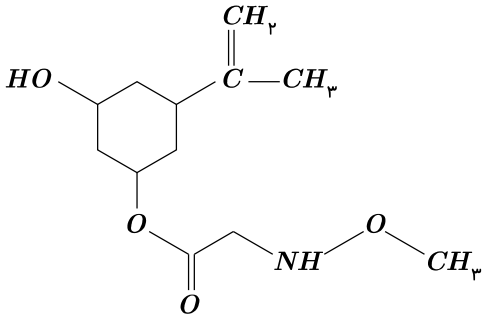
ب، آ و ت (۴)

ب، ث و پ (۳)

ث، ب و پ (۲)

الف، ب و ت (۱)

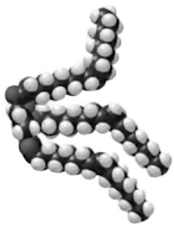
۸۹ در ارتباط با ترکیب روبه‌رو کدام گزینه به‌درستی بیان شده است؟



- ۲ دارای یک گروه عاملی آمیدی و یک حلقه آروماتیک است.
۴ می‌تواند طی یک واکنش آبکافت یک الکل و یک اسید آلی ایجاد کند.

- ۱ فرمول مولکولی این ترکیب $C_{11}H_{10}O_4N$ است.
۳ برخلاف ویتامین (ث)، می‌تواند محلول در آب باشد.

۹۰ کدام گزینه نادرست است؟



- ۱ تصویر مقابل مدل فضاپرکن یک استر بلند زنجیر است.
۲ در مولکول‌های صابون، بخش آب‌دوست زنجیره کربنی و بخش چربی‌دوست قسمت $-C(=O)-O-$ می‌باشد.
۳ رنگ پوششی، نمونه‌ای از یک مخلوط ناهمگن است که حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.
۴ شوینده‌های غیرصابونی معمولاً به‌صورت $RC_6H_4SO_3^-Na^+$ می‌باشند و در آب سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند.

۹۱ محلولی با حجم ۵/۰ لیتر و غلظت 10^{-4} مولار از هیدروبرمیک اسید در اختیار داریم. تقریباً چند گرم سود به آن بیافزاییم تا pH محلول ۳ برابر شود؟

$$(Br = 80, Na = 23, O = 16, H = 1 : g \cdot mol^{-1})$$

- ۱ ۰/۰۰۴
۲ ۰/۲
۳ ۰/۰۰۲
۴ ۰/۴

۹۲ درصد یونش اسید ضعیف HA ، ۴ برابر درصد یونش محلول فورمیک اسید با غلظت ۲ مولار و $pH = 1/7$ است. غلظت مولی HA در محلول آن چقدر است و pOH محلول مورد نظر چند است؟ (به ترتیب از راست به چپ) $(K_a(HA) = 1/6 \times 10^{-5})$ $(\log 2 = 0/3)$

- ۱ ۱۱/۹
۲ ۱۰/۶
۳ ۱۱/۶
۴ ۱۰/۹

۹۳ چه تعداد از عبارتهای زیر به‌درستی بیان شده است؟

(الف) در سلول‌های گالوانی جهت حرکت الکترون از آند به کاتد است.

(ب) قرار دادن تیغه‌ای آلومینیومی بر خلاف تیغه از جنس روی، رنگ محلول مس (II) سولفات را کاهش می‌دهد.

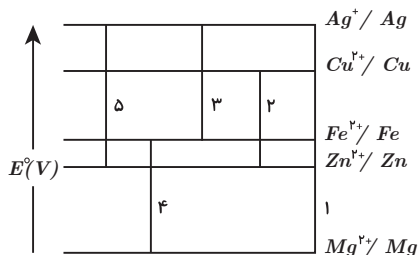
(پ) اگر واکنش $A_{(aq)}^+ + B_{(s)} \rightarrow B_{(aq)}^+ + A_{(s)}$ در جهت نمایش داده شده انجام گیرد، می‌توان گفت فلز A از فلز B کاهنده قوی‌تری است.

(ت) محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید را نمی‌توان در ظرفی فلزی از جنس آهن بدون انجام هیچ واکنش نگه داشت.

$$(E^\circ \frac{Fe^{2+}}{Fe} = -0/44V)$$

- ۱ ۱
۲ ۲
۳ ۳
۴ ۴

۹۴ با توجه به شکل روبه‌رو که هر خط نشان‌دهنده یک سلول گالوانی است، کدام گزینه به درستی بیان شده است؟



- ۱ مس اکسندۀ ضعیف‌تری نسبت به آهن است.
 ۲ در سلول ۳، کاتد تیغه‌ای از جنس آهن است.
 ۳ بیشترین ولتاژ مربوط به سلول گالوانی منیزیم - نقره است.
 ۴ در سلول ۴، واکنش کاهش در تیغه منیزی می‌انجام می‌گیرد.

۹۵ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ در واکنش ترمیت میزان تغییر عدد اکسایش عنصر آهن برابر ۳- است.
 ۲ در ناحیه آند سلول دانه زرد رنگی تولید می‌شود.
 ۳ مجموع ضرایب استوکیومتری در واکنش کلی زنگ زدن آهن برابر ۱۷ است.
 ۴ در آهن گالوانیزه در صورت ایجاد خراش، آهن شروع به خوردگی می‌کند.

۹۶ پاسخ صحیح به سؤالات الف، ب و پ (به ترتیب از راست به چپ) در کدام گزینه آمده است؟

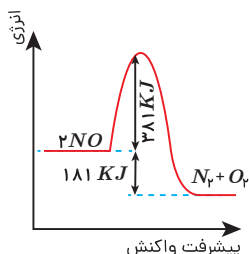
الف) در میان مولکول‌های SO_3 ، NCl_3 ، I_2 ، CBF_4 ، CO_2 و H_2O چند مولکول قطبی یافت می‌شود؟
 ب) در میان مولکول‌های SO_3 و CO_2 ، کدام مولکول دارای ساختاری خمیده است؟
 پ) در ساختار مولکول آمونیاک علامت δ^- روی کدام اتم‌ها است؟

- ۱ SO_2 - هیدروژن
 ۲ SO_2 - نیتروژن
 ۳ CO_2 - هیدروژن
 ۴ SO_2 - نیتروژن

۹۷ انرژی مصرف شده در کدام واکنش را انرژی فروپاشی شبکه سدیم اکسید می‌نامند؟

- ۱ $Q + 2Na_2O(s) \rightarrow 4Na(s) + O_2(g)$
 ۲ $Q + Na_2O(g) \rightarrow 2Na^+(g) + O_2^-(g)$
 ۳ $Q + 2Na_2O(s) \rightarrow 4Na^+(g) + O_2(g)$
 ۴ $Q + Na_2O(s) \rightarrow 2Na^+(g) + O_2^-(g)$

۹۸ در رابطه با شکل روبه‌رو کدام گزینه صحیح است؟



- ۱ ΔH واکنش برابر $181 +$ کیلو ژول است.
 ۲ واکنش گرماگیر است و با سرعت قابل توجهی انجام می‌شود.
 ۳ NO از مخلوط N_2 و O_2 (در شرایط یکسان) پایدارتر است.
 ۴ در صورت بالا بردن دمای واکنش و انجام پذیر بودن آن، واکنش با سرعت بالاتری انجام می‌گیرد.

۹۹ با توجه به واکنش تعادلی تولید آمونیاک کدام گزینه صحیح نیست؟

- ۱ افزایش دما منجر به افزایش مقدار ثابت تعادل واکنش می‌شود.
 ۲ با کاهش حجم ظرف واکنش، واکنش در جهت تولید فراورده پیش می‌رود.
 ۳ هابر به کمک کاتالیزگر توانست واکنش مربوطه را در دماهای پایین نیز با سرعت مناسب پیش برد.
 ۴ در صورتی که دمای واکنش را کاهش دهیم تا آمونیاک شروع به مایع شدن کند، واکنش در جهت تولید آن پیش می‌رود.

۱۰۰ در واکنش تبدیل پارازایلین به ترفتالیک اسید مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن به مقدار واحد تغییر می‌کند و واکنش‌دهنده دیگر این واکنش یون می‌باشد.

- ۱ $+6$ ، پرمنگنات
 ۲ $+6$ ، منگنات
 ۳ $+12$ ، منگنات
 ۴ $+12$ ، پرمنگنات



انتشارات خوشخوان

خوشخوان



انتشارات خوشخوان

خوشخوان

آزمون ۱۲ - جامع - دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

۷۰۲۶۰۳۷



پاسخنامه تشریحی

در یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d ، مجموع n جمله اول برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

بنابراین به ازای $n = 10$ داریم:

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2(-21) + (10-1)d) = -120$$

$$\Rightarrow -42 + 9d = -24 \Rightarrow 9d = 18 \Rightarrow d = 2$$

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است؛ پس:

$$a_n = -21 + (n-1)2 = 2n - 23$$

جملات منفی را می‌یابیم:

$$2n - 23 < 0 \Rightarrow n < 11.5$$

11 جمله اول منفی است. مجموع این جملات برابر است با:

$$S_{11} = \frac{11}{2}(2(-21) + (11-1)2) = -121$$

2 باید زیر رادیکال نامنفی باشد؛ پس:

$$xf(-x) \geq 0 \Rightarrow -xf(-x) \leq 0$$

با تغییر متغیر $-x = t$ باید رابطه $tf(t) \leq 0$ همواره برقرار باشد؛ پس باید تابعی را انتخاب کنیم که نقاط آن در رابطه $xy \leq 0$ صدق کنند؛ یعنی نقاط در ربع دوم یا چهارم واقع باشند که نمودار گزینه 4، چنین است.

3 می‌دانیم $g\left(\frac{x}{x+2}\right) = \frac{x}{x-3}$ و می‌خواهیم $g\left(\frac{1}{2}\right)$ را بیابیم:

$$\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = x+2 \Rightarrow x = 2$$

با جای گذاری $x = 2$ در رابطه بالا داریم:

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{-1} = -2$$

4 با توجه به شکل دامنه تابع $f(x)$ برابر $[-3, 2]$ است. برای آنکه تابع $f\left(-\frac{x}{2}\right)$ تعریف شده باشد، باید:

$$-3 \leq -\frac{x}{2} \leq 2 \Rightarrow 6 \geq x \geq -4 \Rightarrow D = [-4, 6]$$

ضمناً $2 \leq f(x) \leq -1$ تابع $f\left(-\frac{x}{2}\right)$ از انبساط افقی و قرینه کردن نسبت به محور y ها از روی $f(x)$ حاصل شده است؛ پس برد تغییر نمی‌کند؛ بنابراین:

$$-1 \leq f\left(-\frac{x}{2}\right) \leq 2 \Rightarrow -3 \leq 3f\left(-\frac{x}{2}\right) \leq 6 \Rightarrow R = [-3, 6]$$

بنابراین:

$$D \cap R = [-3, 6]$$

5 باقی‌مانده $f(x)$ بر $x+2$ برابر $f(-2)$ است؛ پس $f(-2) = 0$ ؛ بنابراین:

$$16 - 32 - 2a = 0 \Rightarrow 2a = -16 \Rightarrow a = -8$$

یکی از عوامل تجزیه $f(x)$ برابر $x+2$ است؛ پس می‌توان نوشت:

$$f(x) = x^2 + 4x^2 - 8x = x(x^2 + 4x^2 - 8)$$

$$= x(x+2)(x^2 + 2x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, -2, 1 \pm \sqrt{5}$$

پس بزرگ‌ترین ریشه برابر $1 + \sqrt{5}$ است.

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 4x - 8 \quad | \quad x + 2 \\
 x^2 + 2x - 4 \\
 \hline
 2x - 8 \\
 2x + 4x \\
 \hline
 -4x - 8 \\
 -4x - 8 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

باید معادله $f(x) = g(x)$ را حل کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$\begin{aligned}
 \sqrt{x+1} + \sqrt{x-4} &= \sqrt{3x+1} \\
 \Rightarrow (x+1) + (x-4) + 2\sqrt{x^2-3x-4} &= 3x+1 \\
 \Rightarrow 2\sqrt{x^2-3x-4} &= x+4 \\
 \Rightarrow 4(x^2-3x-4) &= x^2+8x+16 \\
 \Rightarrow 3x^2-20x-32 &= 0 \Rightarrow (x-8)(3x+4) = 0 \\
 \Rightarrow \begin{cases} x=8 & \checkmark \\ x=-\frac{4}{3} & \text{غیق} \end{cases}
 \end{aligned}$$

ریشه معادله به بازه $(\frac{15}{2}, \frac{17}{2})$ تعلق دارد.

دو حالت در نظر می‌گیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷

(الف) اگر $x \geq 0$ باشد، داریم:

$$x^2 + x < x + 4 \Rightarrow x^2 < 4 \Rightarrow -2 < x < 2 \xrightarrow{x \geq 0} 0 \leq x < 2$$

(ب) اگر $x < 2$ باشد، داریم:

$$-x^2 - x < x + 4 \Rightarrow x^2 + 2x + 4 > 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \Rightarrow x \in \mathbb{R} \xrightarrow{x < 0} x < 0$$

جواب نامعادله اجتماع جواب‌های به دست آمده، $x < 2$ یا $(-\infty, 2)$ است.

ابتدا دقت کنید که: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$4\sqrt[3]{\frac{1}{25}} = 2^2 \sqrt[3]{2^{-2}} = 2^2 \times 2^{-\frac{2}{3}} = 2^{\frac{4}{3}}$$

پس:

$$A = \log_2 2^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3}$$

بنابراین:

$$b = \log_8 \left(1 - \frac{1}{A}\right) = \log_8 \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \log_8 \frac{1}{4} \Rightarrow 8^b = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 2^{3b} = 2^{-2} \Rightarrow 3b = -2 \Rightarrow b = -\frac{2}{3}$$

نکته:

$$\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n} \log_b a$$

در این صورت:

$$\log_8 \frac{1}{4} = \log_{2^3} 2^{-2} = \frac{-2}{3} \log_2 2 = -\frac{2}{3}$$

می‌دانیم $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$ و $\cot \alpha = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ پس عبارت داده شده برابر است با: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\tan 40^\circ \times 2 \cos^2 40^\circ = \frac{\sin 40^\circ}{\cos 40^\circ} \times 2 \cos^2 40^\circ$$

$$= 2 \sin 40^\circ \cos 40^\circ = \sin 80^\circ = \cos 10^\circ$$

$$\sin \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

می‌دانیم $\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$. حال معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰



$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \tan 3x \Rightarrow \frac{\pi}{4} - x = k\pi + 3x$$

$$\Rightarrow 4x = -k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}$$

$$\begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{16} \\ k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{16} \\ k = 2 \Rightarrow x = \frac{9\pi}{16} \\ k = 3 \Rightarrow x = \frac{13\pi}{16} \end{cases}$$

معادله در بازه $(0, \pi)$ چهار جواب دارد.

طبق رابطه $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ حاصل $\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$ با تابع $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$ برابر است. به جز $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ چون $\tan x$ در این نقاط

تعریف نشده است. پس $x = a$ که جزء دامنه نیست، همان $\frac{-\pi}{2} = -\pi + \frac{\pi}{2}$ است. از طرفی بجانب قائم $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$ برابر $x = \frac{\pi}{4}$ است، پس $b = \frac{\pi}{4}$ است.

$$ab = -\frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi^2}{8}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x + \cos^2 x)}{1 - \sqrt{1 + x^2}} \times \frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{1 + \sqrt{1 + x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 \sin^2 \frac{x}{2})(3)(2)}{-x^2} = -12 \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{x}\right)^2 = -12 \times \frac{1}{4} = -3$$

اگر تابع f در $x = x_0$ پیوسته باشد، تابع $|af + b| + c$ نیز در x_0 پیوسته است. با توجه به اینکه تابع f فقط در $x = 2$ ناپیوسته است، باید ببینیم کدام تابع

در $x = 2$ پیوسته است. هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱:

$$\begin{cases} y(2^+) = |-1 + \frac{1}{2}| = \frac{1}{2} \\ y(2^-) = |2 + \frac{1}{2}| = \frac{5}{2} \end{cases}$$

ناپیوسته است.

گزینه ۲:

$$\begin{cases} y(2^+) = |-1 - 2| = 3 \\ y(2^-) = |2 - 2| = 0 \end{cases}$$

ناپیوسته است.

گزینه ۳:

$$\begin{cases} y(2^+) = |-1 + 1| = 0 \\ y(2^-) = |2 + 1| = 3 \end{cases}$$

ناپیوسته است.

گزینه ۴:

$$\begin{cases} y(2^+) = |-1 - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2} \\ y(2^-) = |2 - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2} \\ y(2) = |-1 - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2} \end{cases}$$

تابع $|f - \frac{1}{2}|$ در $x = 2$ و در نتیجه در \mathbb{R} پیوسته است.

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

گزینه ۱:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[-x]}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[(-1)^-]}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2}{1-x} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$$

گزینه ۲:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x]}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[1^+]}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

گزینه ۳:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \log \frac{x+1}{x-1} = \log(+\infty) = +\infty$$

گزینه ۴:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \log \frac{x-1}{x+1} = \log 0^+ = -\infty$$

حد خواسته شده مشتق راست تابع f در $x = -2$ است. تابع در $x = -2$ از راست پیوسته است و در یک همسایگی راست آن داریم:

$$f(x) = (-2+x)\sqrt[3]{4x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 1\sqrt[3]{4x} + (-2+x) \cdot \sqrt[3]{4} \times \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\Rightarrow f'_+(-2) = -2 + (-4) \frac{\sqrt[3]{4}}{3\sqrt[3]{4}} = -\frac{10}{3}$$

پس:

با فرض $y = f\left(\frac{3x}{f(x)}\right)$ در یک همسایگی $x = \frac{1}{2}$ داریم، $f(x) = 1 - x^2$ ؛ پس:

$$y = f\left(\frac{3x}{1-x^2}\right)$$

$$\Rightarrow y' = \frac{3(1-x^2) - (-2x)3x}{(1-x^2)^2} f'\left(\frac{3x}{1-x^2}\right) = \frac{3(1+x^2)}{(1-x^2)^2} f'\left(\frac{3x}{1-x^2}\right)$$

$$\Rightarrow y'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{15}{9} f'\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{20}{3} f'\left(\frac{2}{3}\right)$$

در یک همسایگی $x = 2$ داریم:

$$f(x) = x^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(2) = 4$$

$$y'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{80}{3} \text{، پس}$$

 $f(0) = 2$ ؛ پس تابع محور y ها را در $(0, 2)$ قطع می‌کند. مجانب افقی تابع نیز از این نقطه گذشته؛ بنابراین $a \neq 0$ و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + bx + 2}{x^2 + 1} = 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{2x^2 + bx + 2}{x^2 + 1}$$

نقطه اکسترم نسبی تابع روی محور x هاست؛ پس محور x ها بر منحنی f مماس است؛ در این صورت معادله $f(x) = 0$ ریشه مضاعف دارد:

$$2x^2 + bx + 2 = 0 \stackrel{\Delta=0}{\Rightarrow} b^2 - 16 = 0 \Rightarrow b = \pm 4$$

پس:

$$ab = \pm 8$$

تابع در $x = 0$ مماس افقی دارد؛ پس: $y'(0) = 0$ ؛

$$y' = -3x^2 + 6ax + b \Rightarrow y'(0) = b = 0$$

در این صورت:

$$y = -x^3 + 3ax^2 + 4$$

$$\Rightarrow y' = -3x^2 + 6ax = -3x(x - 2a) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, 2a \text{ بحرانی}$$

$$-8a^3 + 12a^3 + 4 = 0 \Rightarrow 4a^3 = -4 \Rightarrow a = -1$$

با توجه به شکل، $y(2a) = 0$ است؛ پس:طول نقطه عطف ریشه $y'' = 0$ است؛ پس:

$$y = -x^3 - 2x^2 + 4 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$$

$$\Rightarrow y'' = -6x - 6 = 0 \Rightarrow x = -1$$

ابتدا شکل را رسم کرده چون هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است داریم:

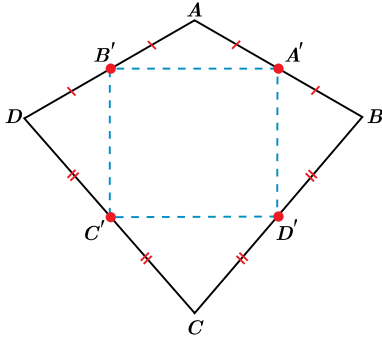
پس O' روی نیمساز زاویه A قرار دارد. با فرض $BH = x$ داریم:

$$BH = x \Rightarrow \begin{cases} BE = x \\ CH = 10 - x \Rightarrow CF = 10 - x \end{cases}$$

از طرف دیگر دو مثلث قائم‌الزاویه $AO'E$ و $AO'F$ همنهشت‌اند؛ پس:

$$\begin{aligned} \triangle AO'E &\cong \triangle AO'F \Rightarrow AE = AF \Rightarrow AB + BE = AC + CF \\ \Rightarrow 8 + x &= 7 + 10 - x \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = 4.5 \Rightarrow BH = 4.5 \end{aligned}$$

اگر وسط‌های یک چهارضلعی مانند $ABCD$ را متوالیاً به هم متصل کنیم، متوازی‌الاضلاعی مانند $A'B'C'D'$ پدید می‌آید. اکنون برای محیط آن داریم:



$$\triangle ADB: \frac{AB'}{BD} = \frac{AA'}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow A'B' = \frac{1}{2}DB$$

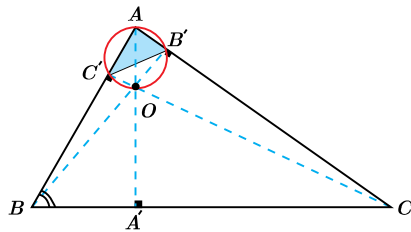
$$\xrightarrow[\text{مشابه}]{\text{به‌طور}} C'D' = \frac{1}{2}BD \Rightarrow \begin{cases} A'D' = \frac{1}{2}AC \\ B'C' = \frac{1}{2}AC \end{cases}$$

$$A'B' + B'C' + C'D' + D'A' = \frac{1}{2}(DB + AC + BD + AC)$$

$$\Rightarrow p(A'B'C'D') = \frac{1}{2}(a + a + a + a) = 2a$$

پاسخ این مسئله در دو حالت به شرح زیر قابل بحث می‌باشد:

الف) زوایای مثلث حاده باشند، کمتر از 90° .

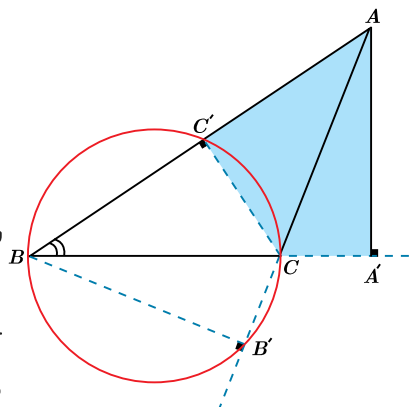


$$\begin{aligned} \widehat{B} &= 60^\circ \\ \Rightarrow \widehat{BAA'} &= 30^\circ \end{aligned}$$

و چهارضلعی $OB'AC'$ «محاطی»، با رسم دایرهٔ محیطی آن نتیجه می‌گیریم:

$$\Rightarrow \widehat{C'B'B} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{C'B'C} = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$$

ب) زاویهٔ \widehat{A} یا \widehat{C} باز باشند، بیشتر از 90° .

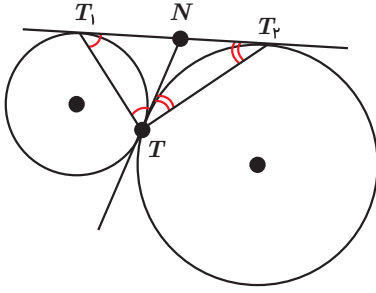


$$\begin{aligned} \widehat{A} + \widehat{C} &= 120^\circ \\ \Rightarrow \widehat{B} &= 60^\circ \end{aligned}$$

و چهارضلعی $BB'CC'$ «محاطی»، با رسم دایرهٔ محیطی آن داریم:

$$C'B'C = \widehat{B} = 60^\circ$$

۲۲ ابتدا شکل را رسم کرده، با رسم مماس مشترک خارجی، داخلی و خطوط اضافه TT_1 و TT_2 داریم:

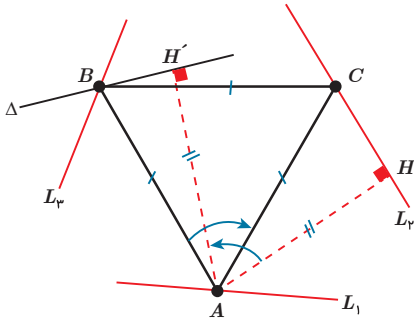


$$\begin{cases} NT = NT_2 \\ NT_1 = NT \end{cases} \Rightarrow NT_1 = NT = NT_2$$

$$\Rightarrow \angle T_1TN = \frac{1}{2} \angle T_1T_2T = 90^\circ$$

۲۳ ابتدا نقطه A را روی خط L_1 در نظر می‌گیریم؛ سپس خط L_2 را به مرکز A با زاویه 60° درجه دوران می‌دهیم تا L_2 را در نقطه‌ای مانند B قطع کند، اگر

نقطه B را به مرکز A با زاویه -60° دوران دهیم، نقطه C روی L_2 به دست می‌آید، مثلث ABC که حالت بسیاری می‌پذیرد. جواب مسئله است، زیرا با تغییر نقطه A روی خط L_1 مثلث‌های دیگر با این شرایط به دست می‌آید.



۲۴ در درایه‌های روی قطر اصلی $j = i$ است؛ پس برای آنها داریم:

$$\begin{cases} a_{11} \Rightarrow i^2 - 3j = 1^2 - 3 \times 1 = -2 \\ a_{22} \Rightarrow i^2 - 3j = 2^2 - 3 \times 2 = -2 \\ a_{33} \Rightarrow i^2 - 3j = 3^2 - 3 \times 3 = 0 \\ \vdots \\ a_{r_0 r_0} \Rightarrow i^2 - 3j = 20^2 - 3 \times 20 = 340 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{11} \times a_{22} \times \dots \times a_{r_0 r_0} = (-2)(-2)(0) \dots (340) = 0$$

۲۵ اگر سمت چپ معادله را به روش ساروس بسط دهیم خواهیم داشت:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x^3 + 4 + 2 - (x + 4x + 2x) = 0 \Rightarrow x^3 - 7x + 6 = 0$$

دیده می‌شود $x = 1$ در این معادله صدق می‌کند، پس یک جواب معادله $x = 1$ است؛ اکنون ریشه‌های بعدی را به دست می‌آوریم.

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 7x + 6 & x - 1 \\ -x^3 + x^2 & x^2 + x - 6 \\ \hline x^2 - 7x + 6 & \\ -x^2 + x & \\ \hline -6x + 6 & \\ +6x - 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$

دو جواب دیگر $x = 2$ و $x = 3$ است، روی هم ۳ جواب داریم!

۲۶ اگر مجموع شعاع‌ها برابر فاصله دو مرکز باشد، C به دست می‌آید:

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$$

$$\rightarrow O(-1, 3), R = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 36 - 4(-15)} = 5$$

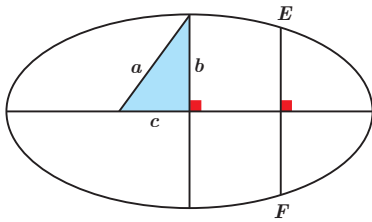
$$x^2 + y^2 + 2x + 6y + c = 0$$

$$\rightarrow O'(-1, -3), R' = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 36 - 4c}$$

$$OO' = \sqrt{0 + 6^2} = 6 \Rightarrow 6 = R + R' = 5 + R' \Rightarrow R' = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{40 - 4c} = 1 \Rightarrow 36 = 4c \Rightarrow c = 9$$

اندازه وتری که در یکی از کانون‌ها بر قطر بزرگ عمود است؛ برابر $2\frac{b^2}{a}$ می‌باشد. اکنون به شرح زیر داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷



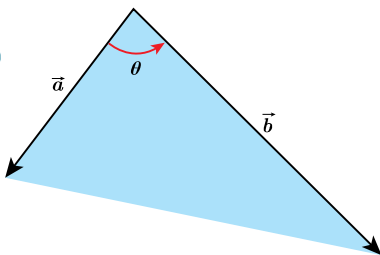
$$\Rightarrow EF = 2\frac{b^2}{a}, b^2 = a^2 - c^2, \frac{c}{a} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{3}{4} \Rightarrow c = \frac{3}{4}a \Rightarrow c^2 = \frac{9}{16}a^2$$

$$\Rightarrow b^2 = a^2 - \frac{9}{16}a^2 = \frac{7}{16}a^2$$

$$\Rightarrow EF = 2 \times \frac{\frac{7}{16}a^2}{a} = \frac{14}{16}a = \frac{7}{8}a$$

با استفاده از رابطه ضرب داخلی و رابطه اندازه زاویه خارجی داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸



$$\begin{cases} a \cdot b = |a||b| \cos \theta \\ |a \times b| = |a||b| \sin \theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|a||b| \sin \theta}{|a||b| \cos \theta} = \frac{|a \times b|}{a \cdot b} \Rightarrow \tan \theta = \frac{|a \times b|}{a \cdot b} = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{-\vec{a} \times \vec{b}} = -1$$

$$\Rightarrow \tan \theta = -1 = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \theta = \frac{3\pi}{4}$$

اگر با این چهار نقطه سه بردار $\vec{A_1A_2}, \vec{A_1A_3}, \vec{A_1A_4}$ را تعریف کنیم، بایستی حجم متوازی‌السطوح بنا شده، با این سه بردار صفر گردد: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$\begin{cases} \vec{A_1A_2} \\ \vec{A_1A_3} \\ \vec{A_1A_4} \end{cases} \Rightarrow V = 0 \Rightarrow V = |\vec{A_1A_2} \cdot (\vec{A_1A_3} \times \vec{A_1A_4})| = 0$$

$$\vec{A_1A_2} \times \vec{A_1A_4} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 0 & 1-t \\ -1 & 0 & -1-t \end{vmatrix} = (0, -t-3, 0)$$

$$\Rightarrow |\vec{A_1A_2} \cdot (\vec{A_1A_3} \times \vec{A_1A_4})| = |0 - (3+t) + 0| = 0 \Rightarrow t = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q \equiv [(\sim p \vee q) \wedge p] \Rightarrow q$$

$$\equiv (p \wedge q) \Rightarrow q \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee q \equiv T$$

گزینه ۱:۱:

$$r \Rightarrow (r \vee p) \equiv \sim r \vee r \vee p \equiv T$$

گزینه ۲:۲:

$$(p \wedge q) \Rightarrow q \equiv T$$

گزینه ۳:۳:

T

پس همه گزاره‌های یاد شده ارزش درستی دارند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

گزینه ۱:۱:

$$(A \cap B') \cup (B \cap A) = A \cap (B \cup B') = A \cap U = A$$

گزینه ۲:۲:

$$[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$$

$$= ((A \cup B) \cap A') \cup (A \cap B) = (A' \cap B) \cup (A \cap B)$$

$$= B \cap (A \cup A') = B \cap U = B$$

گزینه ۳:۳:

$$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cup (B \cap A)$$

$$= [(A' \cap B) \cup (A \cap B)] \cup (B \cap A)$$

$$= [B \cap (A \cup A')] \cup (A \cap B) = B \cup (A \cap B) = B$$

گزینه ۴:۴:

$$(A \cup B) - B = (A \cup B) \cap B' = (A \cap B') \cup (B \cap B')$$

$$= A \cap B' = A - B \neq A$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

 p (پنجمین پرتاب = سومین ۶)

 p (در چهار پرتاب اول دو بار ۶ بیاید \cap پرتاب پنجم = ۶)

$$= \frac{1}{6} \times \binom{4}{2} \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{1296}$$

اگر دروس اختصاصی را با «E» و دروس عمومی را با «O» نشان دهیم، تنها حالت مطلوب به صورت EOEEOE می‌باشد. بنابراین:

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$n(A) = 3! \times 2!, \quad n(S) = 5!$$

در نتیجه:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3! \times 2!}{5!} = \frac{1}{10}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = 20$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 200$$

$$\frac{200 + x}{11} = 19,4 \Rightarrow 200 + x = 11 \times 19,4 = 213,4 \Rightarrow x = 13,4$$

$$\Rightarrow [x] = 13 \Rightarrow ? = 1 + 3 = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

گزینه ۱:۱: بهتر است از پرسش‌نامه استفاده شود.

گزینه ۲:۲: بهتر است از مصاحبه استفاده شود.

گزینه ۳:۳: باید از مشاهده استفاده گردد.

گزینه ۴:۴: چون به اطلاعات گذشته نیاز داریم و این اطلاعات در سایت‌های معتبر ذخیره شده است از دادگان استفاده می‌کنیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$ab = \gamma[a, b] \Rightarrow \frac{ab}{[a, b]} = \gamma \Rightarrow (a, b) = d = \gamma$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 14 \Rightarrow a'd + b'd = 14 \\ (a', b' = 1 \\ d = \gamma) \end{array} \right\} \Rightarrow a' + b' = 12 \Rightarrow \begin{cases} a' = 11 \\ b' = 1 \end{cases}$$

در این حالت $|a' - b'|$ بیشترین مقدار را دارد:

$$|a - b| = |a' - b'| \times 7 = 10 \times 7 = 70$$

شرط وجود جواب معادله سیاله: $(14, 21) | n^2 + n$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

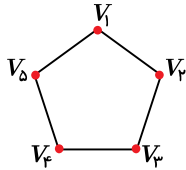
$$\Rightarrow 7 | n^2 + n \Rightarrow n^2 + n \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow n(n+1) \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow \begin{cases} n \equiv 0 \pmod{7} \\ n+1 \equiv 0 \pmod{7} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 7k < 100 \Rightarrow \max(n) = 98 \\ n+1 = 7k' \Rightarrow n = 7k' - 1 < 100 \Rightarrow \max(n) = 97 \end{cases}$$

$$? = 9 + 8 = 17$$

بنابراین عدد ۹۸ بزرگترین عدد دو رقمی صادق در این معادله است. پس:

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸



• یک رأسی به صورت

• دو رأسی به صورت

• سه رأسی به صورت

• چهار رأسی به صورت

• پنج رأسی به صورت

• پنج رأسی به صورت

انتخاب یک یال از ۵ یال

انتخاب دو رأس مجاور آن رأس

انتخاب یک رأس از ۵ رأس

انتخاب یک رأس از ۵ رأس
برای حذف شدن

انتخاب یک یال از ۵ یال
برای حذف شدن

خود گراف

$$\binom{5}{1} \times 1$$

$$\binom{5}{1} = 5$$

$$\binom{5}{1} = 5$$

$$\binom{5}{5} = 5$$

پس در مجموع ۲۶ زیر گراف با شرط داده شده داریم.

راه حل اول: تعداد اعداد سه رقمی بخش پذیر بر m را با $n(m)$ نشان می دهیم. مسئله از ما $n(3 \cap 5)$ را خواسته است. $n(\bar{5})$ یعنی: تعداد اعداد سه رقمی که

بر ۵ بخش پذیر نیستند.

نکته:

نکته:

تعداد اعداد سه رقمی بخش پذیر بر عدد m برابر با $\left\lfloor \frac{999}{m} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{99}{m} \right\rfloor$ است.

پس:

$$n(3 \cap \bar{5}) = n(3) - n(3 \cap 5) = n(3) - n(15)$$

$$= \left(\left\lfloor \frac{999}{3} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{99}{3} \right\rfloor \right) - \left(\left\lfloor \frac{999}{15} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{99}{15} \right\rfloor \right) = 300 - 60 = 240$$

راه حل دوم: در هر ۱۵ عددی متوالی چهار عدد ویژگی مورد نظر را دارد (در هر ۱۵ عدد متوالی ۵ عدد مضرب ۳ وجود دارد که یکی از آن‌ها علاوه بر ۳ بر ۵ نیز بخش پذیر است) بنابراین جواب

موردنظر $4 \times \frac{900}{15}$ یعنی 240 است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

تمام جمله‌های بسط عبارت $(x+y+z)^{12}$ به صورت $kx^\alpha y^\beta z^\gamma$ می‌باشد که در آن حتماً $\alpha + \beta + \gamma = 12$ است. (k ضریب عددی است). باید تعداد جواب‌های صحیح معادلهٔ روبه‌رو را با شرط‌های داده‌شده بیابیم:

$$\alpha + \beta + \gamma = 12$$

$$\alpha < 3, \beta > 1, \gamma \geq 0$$

$$\begin{matrix} \alpha < 3 \\ \beta \geq 2 \end{matrix} = \begin{matrix} \beta \geq 2 \\ \alpha \geq 3 \end{matrix} - \begin{matrix} \alpha \geq 3 \\ \beta \geq 2 \end{matrix}$$

$$= \binom{12+3-1-2}{3-1} - \binom{12+3-1-2-3}{3-1}$$

$$= \binom{12}{2} - \binom{9}{2} = 66 - 36 = 30$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

تخمین حجم استخر: $50 \times 100 \times 15 \cong 100 \times 100 \times 10 = 10^6 m^3$

$$\text{تخمین حجم یک قطره آب: } \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (2 \times 10^{-4})^3$$

$$\cong 1 \times 1 \times 10^{-11} = 10^{-11} m^3$$

$$\text{تعداد قطرات آب: } \frac{10^6}{10^{-11}} = 10^{16}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_r + m_{1,r}}{V_r + V_{1,r}} = \frac{\rho_r V_r + \rho_{1,r} V_{1,r}}{V_r + V_{1,r}} = \frac{(5 \times 3V) + (\rho_{1,r} \times V)}{4V}$$

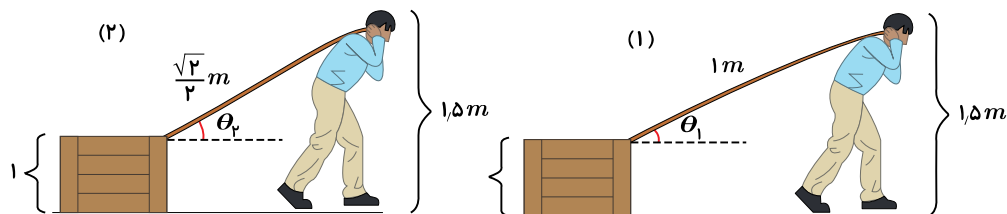
$$\Rightarrow \frac{15 + \rho_{1,r}}{4} = 6 \Rightarrow \rho_{1,r} = 9 \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_{1,r} = \frac{m_1 + m_r}{V_1 + V_r} = \frac{m_1 + m_r}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_r}{\rho_r}} = \frac{m + 3m}{\frac{m}{10} + \frac{3m}{\rho_r}} = \frac{40\rho_r}{\rho_r + 30}$$

$$\Rightarrow \frac{40\rho_r}{\rho_r + 30} = 9 \Rightarrow 40\rho_r = 9\rho_r + 270$$

$$\Rightarrow 31\rho_r = 270 \Rightarrow \rho_r = \frac{270}{31} \frac{g}{cm^3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳





$$\sin \theta_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

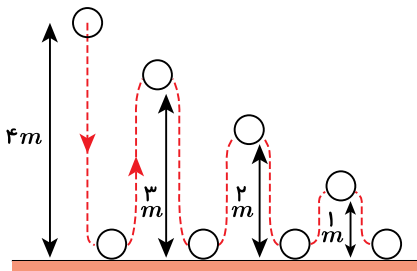
$$W_{F_1} = F_1 d \cos \theta = F_1 d \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \theta_2 = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$W_{F_2} = F_2 d \cos \theta_2 = F_2 d \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow W_{F_1} = W_{F_2}$$

$$\Rightarrow F_1 d \frac{\sqrt{3}}{2} = F_2 d \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴



$$E = K + U \Rightarrow E_1 - U_1 = mgh_1 = 1 \times 10 \times 4 = 40 J$$

$$E_2 = E_1 - 10 = 30 J \Rightarrow E_2 = mgh_2 \Rightarrow h_2 = 3m$$

یعنی پس از برخورد اول به زمین تا ارتفاع $3m$ از سطح زمین بالا می‌آید و دوباره به سمت زمین برمی‌گردد و به همین ترتیب داریم:

$$E_3 = E_2 - 10 \Rightarrow E_3 = 20 J \Rightarrow h_3 = 2m$$

$$E_4 = E_3 - 10 \Rightarrow E_4 = 10 J \Rightarrow h_4 = 1m$$

$$E_5 = E_4 - 10 = 0$$

$$l = 4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1 = 16m$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

$$P_{\text{متر ۹۲}} = P_0 + \rho gh = 10^5 + 1000 \times 10 \times 92 = 1020000 Pa$$

$$F = P \cdot A = 1020000 \times 10^{-2} = 102 N$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$$F = K \Rightarrow 1,8\theta + 32 = \theta + 272 \Rightarrow 0,8\theta = 241$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{241}{0,8} \cong 300,6^\circ C$$

$$300 = 0,2t + 50 \Rightarrow t = \frac{250}{0,2} = 1250 s$$

به اندازه $Q = P \cdot t$ به مجموعه ظرف و آب گرما داده شده است و در همین حال بین دو جسم مبادله گرما داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{مس}} = P \cdot t \rightarrow m_{\text{آب}} C_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} + m_{\text{مس}} C_{\text{مس}} \Delta\theta_{\text{مس}} = P \cdot t$$

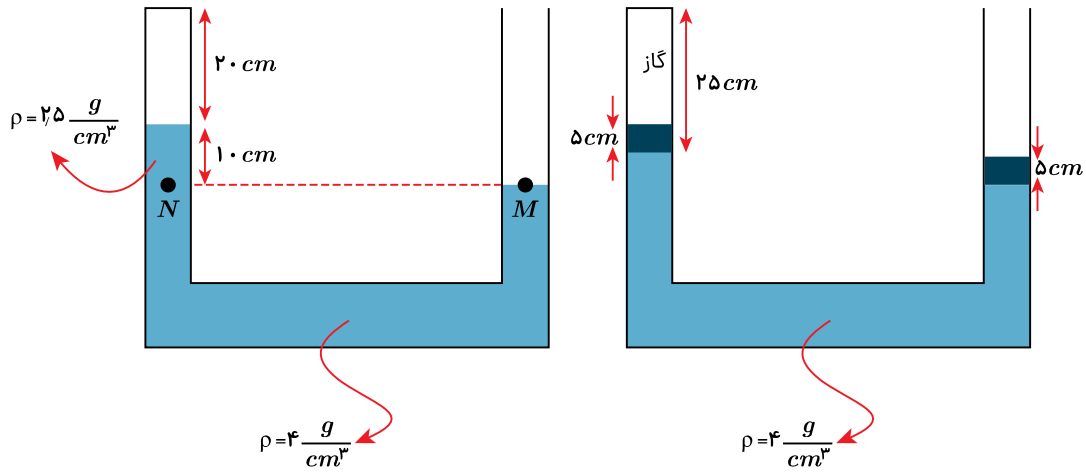
$$1,93 + 4200 \times (\theta_e - 20) + 1,5 \times 386 \times (\theta_e - 220) = 193 \times 300$$

$$\Rightarrow 42\theta - 840 + 3\theta - 660 = 300$$

$$\Rightarrow 45\theta_e = 1800 \Rightarrow \theta_e = 40^\circ C$$

در ابتدا فشار اولیه گاز را به دست می‌آوریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸



$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{هو}} = P_{\text{مایع}} + P_{\text{گاز}}$$

$$\rho_{\text{مایع}} gh + \rho_{\text{گاز}} \Rightarrow 10^5 = 2500 \times 10 \times 0.1 + P_{\text{گاز}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = 97500 \text{ Pa}$$

$$P'_{\text{گاز}} = P_{\text{هو}} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{97500 \times 20A}{390} = \frac{100000 \times 25A}{T_2}$$

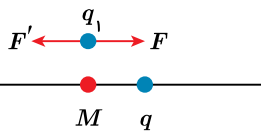
$$\Rightarrow T_2 = 500 \text{ K}$$

$$\Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = 500 - 390 = 110 \text{ K}$$

در حالت دوم فشار گاز داخل لوله با فشار هوا برابر می‌شود و سطح ارتفاع مایع در لوله‌ها برابر می‌شود:

برای گاز داریم:

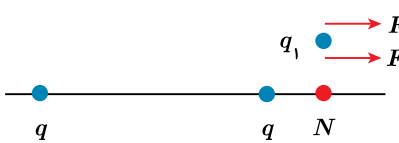
در حالت اول داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹



$$F = \frac{kqq_1}{(\frac{r}{4}d)^2} \quad F' = \frac{kqq_1}{(\frac{d}{4})^2}$$

$$\Rightarrow F_T = F' - F = \frac{16kqq_1}{d^2} - \frac{16kqq_1}{9d^2} = \frac{8 \times 16kqq_1}{9d^2} \quad [1]$$

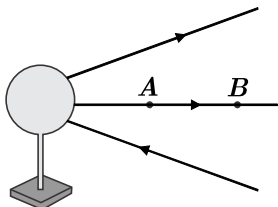
در حالت دوم:



$$\Rightarrow F'_T = F' + F = \frac{16kqq_1}{25d^2} + \frac{16kqq_1}{d^2} = \frac{26 \times 16kqq_1}{25d^2} \quad [2]$$

$$[1], [2] \Rightarrow \frac{F'_T}{F_T} = \frac{\frac{26 \times 16kqq_1}{25d^2}}{\frac{8 \times 16kqq_1}{9d^2}} = \frac{9 \times 26}{8 \times 25} = \frac{117}{100}$$

با توجه به شکل میدان رسم شده می‌دانیم میدان الکتریکی در نقطه A قوی‌تر است، پس اندازه نیروی وارد بر بار در این نقطه بیشتر است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

همچنین می‌دانیم با جابه‌جایی در جهت خط‌های میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. $(V_A > V_B)$ اما در مورد انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی تمایل دارد در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کند و اگر بار در جهت تمایل خود حرکت کند انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد اما در این شکل در جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند و انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \times C \times 100$$

$$\Rightarrow 240 \text{ mJ} = \frac{1}{2} \times C \times 100$$

$$U_1 + 240 = \frac{1}{2} \times C \times 900$$

$$\Rightarrow C = \frac{240}{400} \text{ mF} = 60 \mu\text{F}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲ با افزایش مقاومت رئوستا، جریان مدار کاهش می‌یابد و برعکس.

$$P_1 = P_r \Rightarrow R_1 I_1^2 = R_r I_r^2 \Rightarrow R_1 \times 4 = (R_1 - 2) \times 16$$

$$\Rightarrow R_1 = 4R_1 - 8 \Rightarrow R_1 = \frac{8}{3} \Omega$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\frac{8}{3} + r} \Rightarrow r = \frac{4}{3} \Omega$$

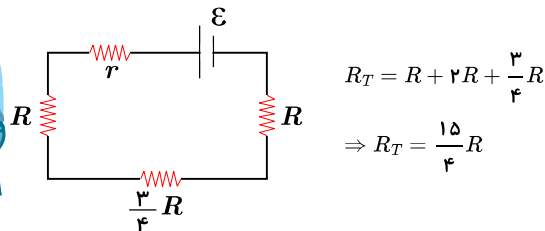
۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳ در شکل (۱) با توجه به این که مقاومت ولت‌سنج ایده آل بی‌نهایت است جریانی از مدار نمی‌گذرد و ولت‌سنج همان ε را نشان می‌دهد.

در شکل (۲) داریم:

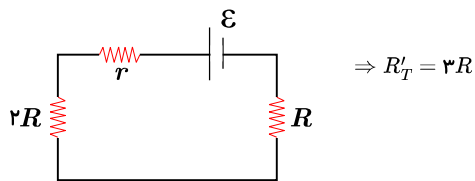
$$V = IR \Rightarrow 9 = 18I \Rightarrow I = 0.5 \text{ A}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow 0.5 = \frac{10}{18 + r} \Rightarrow r = 2 \Omega$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴ مقاومت معادل در حالت اول برابر است با:



در حالت دوم که کلید بسته می‌شود مقاومت R و هم چنین مقاومت‌های R و $2R$ پایین، اتصال کوتاه می‌شوند و داریم:



تغییر مقاومت معادل برابر است با:

$$R_T - R'_T = \frac{3}{4} R = \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2} \Omega$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵ با توجه به اینکه سرعت بار متغیر است متوسط سرعت بار الکتریکی را به دست می‌آوریم. شتاب حرکت ثابت است. پس داریم:

$$\bar{v}_{0-10} = \frac{\bar{v}_0 + \bar{v}_{10}}{2} = \frac{10^5 + 3 \times 10^5}{2} = 2 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F = qvB \sin \theta = 10^{-5} \times 2 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-1} \times 1 = 0.4 \text{ N}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶ با توجه به تغییر شکل، تغییر مساحت داریم. با توجه به اینکه محیط تغییر نمی‌کند، داریم:

$$2\pi R = 4a \rightarrow \text{ضلع مربع}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\pi R}{2} = 10\pi \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

تغییر شار برابر است با:

$$\Delta\phi = A_2 B \cos \theta - A_1 B \cos \theta = B \cos \theta (A_2 - A_1)$$

$$A_1 = \pi R^2 = 3 \times 20^2 = 1200 \text{ cm}^2 = 0.12 \text{ m}^2$$

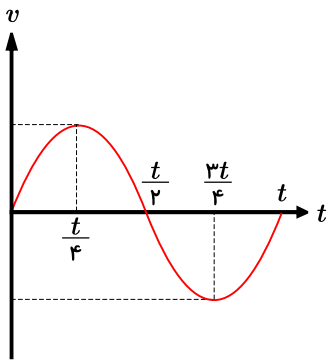
$$A_2 = a^2 = 900 \text{ cm}^2 = 0.09 \text{ m}^2$$

$$\Delta\phi = 5 \times 1(0.09 - 0.12) = -0.15 \text{ wb}$$

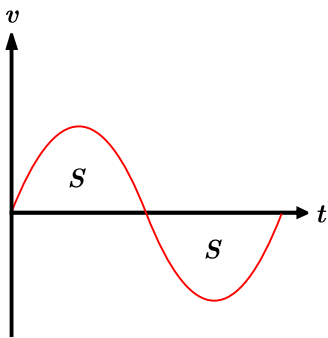
۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷ در حرکتی که می‌بینیم ابتدا متحرک از مبدأ به مکان x می‌رود سپس از آن -8 به -8 می‌رود و پس از آن -8 به x برمی‌گردد. بنابراین مسافت طی شده در این حرکت برابر است با:

می‌دانیم که شیب نمودار سرعت - زمان شتاب جسم را نشان می‌دهد. بنابراین شتاب در بازه صفر تا $\frac{t}{4}$ و $\frac{3t}{4}$ تا t مثبت و در جهت محور x است و در دو بازهٔ دیگر شتاب

دیگر شتاب



خلاف جهت محور x است. اما برای بردار مکان لازم است دقت شود مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی متحرک است. در بازهٔ صفر تا $\frac{t}{2}$ متحرک به اندازهٔ S جابه‌جا می‌شود یعنی از مبدأ به مکان $+S$ می‌آید و در بازهٔ $\frac{t}{2}$ تا t همین مسیر را برمی‌گردد.



در نتیجه در تمام مدت حرکت بردار مکان متحرک مثبت است یعنی در بازه صفر تا $\frac{t}{4}$ و $\frac{t}{4}$ تا t هر دو بردار شتاب و مکان مثبت هستند.

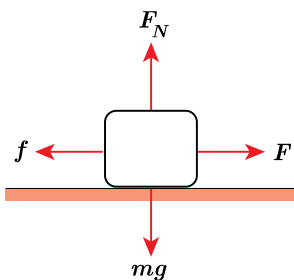
معادلهٔ مستقل از زمان را با این معادله تطبیق می‌دهیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۹)

$$\left. \begin{aligned} v^2 &= 2ax + v_0^2 \\ v^2 &= 10x + 36 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2} \\ v_0^2 = 36 \Rightarrow v_0 = \pm \frac{m}{s} \end{cases}$$

با توجه به اینکه در $t = 0$ متحرک خلاف جهت محور x حرکت کرده است، معادلهٔ مکان آن برابر است با:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = +\frac{5}{2}t^2 - 6t \rightarrow x_0 = 62,5 - 30 = 32,5$$

تا زمانی که مقدار نیرو به f_{smax} برسد، شتابی نداریم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۰)

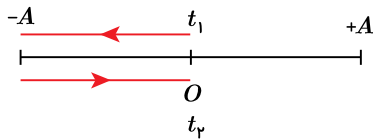


$$\begin{aligned} F_N &= mg = 40 N \\ f_{smax} &= \mu_s \cdot F_N = 0,8 \times 40 = 32 N \\ F &= 2t + 2 = 32 \Rightarrow t = 15 s \end{aligned}$$

از $t = 15 s$ جسم شروع به حرکت می‌کند و در همان لحظه شروع، اصطکاک ایستایی تبدیل به جنبشی می‌شود. شتاب اولیهٔ جسم برابر است با:

$$\begin{aligned} f_k &= \mu_k \cdot F_N = 0,3 \times 40 = 12 \\ F_{net} &= F_{15} - f_k = ma \Rightarrow 32 - 12 = 4a \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

در راستای عمودی شتاب ۲ به سمت پایین داریم، پس: (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۱)



$$\bar{S} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2A}{\frac{T}{2}} = \frac{4A}{T}$$

$$|\bar{a}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{|+v_m - (-v_m)|}{\frac{T}{2}} = \frac{2Av}{\frac{T}{2}} = \frac{4A \times \frac{2\pi}{T}}{T} = \frac{8A\pi}{T^2}$$

فاصله نوسانگر از وضع تعادل 6cm است و داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

$$v_m = A\omega = 0,1 \times \frac{2\pi}{\frac{1}{50}} = 0,4 \frac{m}{s}$$

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_m}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{6}{10}\right)^2 + \left(\frac{v}{0,4}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{v^2}{0,16} = 1 - 0,36$$

$$\Rightarrow v^2 = 0,16 \times 0,64 \Rightarrow v = 0,4 \times 0,8 = 0,32 \frac{m}{s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵

$$\frac{3\lambda}{4} = 60 \Rightarrow \lambda = 80\text{cm} = 0,8\text{m}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0,8}{40} = \frac{1}{50}\text{s}$$

$$t = \frac{3}{200}\text{s} = \frac{3T}{4}$$

ذره M یک نوسانگر است که در مدت $\frac{3T}{4}$ مسافتی معادل $3A$ را طی می‌کند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 12 = 10 \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1,2 = \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 4 \log 2 = \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 2^4 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 4 \Rightarrow r_2 = 4r_1$$

$$r_2 = r_1 + 15 \Rightarrow r_1 + 15 = 4r_1 \Rightarrow r_1 = 5\text{m}$$

در بازتاب موج از انتهای بسته طناب، موج وارون می‌شود. علاوه بر این نقاطی که زودتر به انتهای بسته می‌رسند، در موج بازتابی هم جلوتر قرار می‌گیرند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷

بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها به بسامد و تابع کار وابسته است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸

$(k_{max} = hf - w_0)$ و شدت جریان عبوری متناسب با شدت نور فرودی است.

انرژی الکترون در لایه‌های مختلف عبارت است از: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$

$$E_1 = -\frac{13,6}{1} = -13,6\text{ eV}$$

$$E_2 = -\frac{13,6}{4} = -3,4\text{ eV}$$

$$E_3 = -\frac{13,6}{9} = -1,5\text{ eV}$$

آزمون ۱۲ - جابج - دوازدهم ریاضی

با توجه به اعداد فوق جابجایی از تراز ۳ به ۱ بوده است. در ضمن باید توجه داشت که هر فوتون با انرژی بیش‌تر از $3,4$ الزاماً مربوط به رشته لیمان است و تغییر تراز آن از تراز بالاتر به تراز اول است.

وایشیده شدن $93,75\%$ درصد هسته‌های اولیه به این معنی است که هسته‌های فعال باقی‌مانده $6,25\%$ درصد است و داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow \frac{6,25}{100} = \frac{1}{2^n}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow n = 4$$

۴ نیمه عمر در طول این ۳۰ روز گذشته است، پس نیمه عمر ماده رادیواکتیو $\frac{30}{4}$ یعنی ۷٫۵ روز است.

۷۱) بررسی گزینه‌های نادرست:

- ۱) هیدروژن دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی است (1_1H , 2_1H , 3_1H) اما فراوان‌ترین آن یعنی 1_1H تنها ۱ پروتون در هسته خود دارد.
 ۲) اورانیوم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ‌های آن، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.
 ۳) پرتوهای فرسوخ دارای انرژی کمتر و طول موج بیشتری نسبت به پرتوهای فرابنفش می‌باشند.

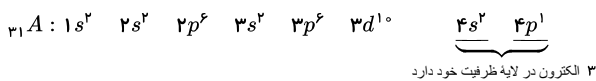
۷۲) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} e = p + 1 \\ p + 1 = 36 \\ n - p = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} p = 35 \\ n = 45 \end{matrix} \Rightarrow n + p = 80$$

از آنجایی که عدد جرمی این اتم برابر ۸۰ است، پس جرم اتمی آن نیز حدود ۸۰ amu است.

$$10^9 \times 80 \text{ amu} \times \frac{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}}{1 \text{ amu}} = 1.328 \times 10^{-15} \approx 1.3 \times 10^{-13} \text{ g}$$

۷۳) ۱ ۲ ۳ ۴



با توجه به آرایش الکترونی این عنصر، موقعیت آن دوره چهارم و گروه ۱۳ می‌باشد.

۷۴) ۱ ۲ ۳ ۴

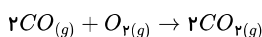
بررسی عبارت‌های نادرست:

- الف) با افزایش ارتفاع از سطح زمین فشار هوا که به نوعی نشان‌دهنده تعداد ذرات هوا در واحد حجم هست، کاهش می‌یابد.
 ب) به ازای هر ۱ کیلومتر ارتفاع گرفتن در لایه تروپوسفر، ۶ درجه از دمای محیط کم می‌شود. از آنجایی که میانگین دمای سطح کره زمین برابر $14^\circ C$ است، دما در ارتفاع ۶/۵ کیلومتری تقریباً $53^\circ C$ ($14 + 6 \times 6/5$) است نه $53K$!
 پ) برای مثال گاز آرگون در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزء به جزء هوای مایع با خلوص بسیار بالا تهیه می‌شود.

۷۵) ۱ ۲ ۳ ۴

همان‌طور که مشاهده می‌کنید واکنش نشان داده شده واکنش تبدیل اوزون به مولکول اکسیژن و اتم اکسیژن است که در لایه استراتوسفر (نه تروپوسفر) انجام می‌گیرد، در این واکنش مولکول اوزون با جذب تابش‌های فرابنفش، اتم و مولکول اکسیژن را تولید می‌کند و در برگشت، اتم و مولکول اکسیژن بار دیگر به هم وصل شده و مولکول اوزون به همراه پرتو فرسوخ ایجاد می‌کنند. در مورد (ت) هم باید گفت که در هنگام رعد و برق N_2 و O_2 با هم واکنش داده و NO تولید می‌کنند که این اکسید نیتروژن در واکنش‌هایی شرکت می‌کند که منجر به تولید اوزون می‌شود اما به صورت مستقیم از این واکنش اوزون تولید نمی‌شود.

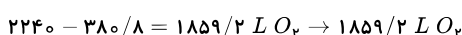
۷۶) ۱ ۲ ۳ ۴



همان‌طور که مشاهده می‌کنید در صورتی که ۲x مول CO در این واکنش مصرف شود x مول O_2 مصرف شده و ۲x مول CO_2 تولید می‌شود، پس به طور کلی می‌توان گفت در صورت واکنش ۲x مول CO گازی از مجموع مخلوط گازی x مول کم می‌شود.
 با توجه به توضیحات داده شده مقدار حجم و لیتر گاز در این جا نماینده مول است. گاز کم شده از مخلوط نصف مقدار کربن مونوکسید مصرف شده است.

$$2 \times (2240 - 2049/6) = 380/8 \text{ L CO} \rightarrow 380/8 \text{ L CO}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}}{22/4 \text{ L CO}} \times \frac{2 \text{ mol جفت}}{1 \text{ mol CO}} = 34 \text{ mol}$$



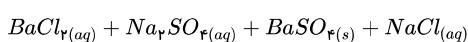
$$\times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22/4 \text{ L } O_2} \times \frac{4 \text{ mol}}{1 \text{ mol } O_2} = 332 \text{ mol}$$

$$\frac{34 \text{ mol}}{332 \text{ mol}} \Rightarrow 366 \text{ mol}$$

جفت الکترون‌های ناپیوندی

مابقی مخلوط اولیه، گاز اکسیژن بوده است.

۷۷) ۱ ۲ ۳ ۴



۱ لیتر محلول $BaCl_2$ در اختیار داریم:



$$1L BaCl_2 \text{ محلول} \times \frac{1kg BaCl_2 \text{ محلول}}{1L BaCl_2 \text{ محلول}} \times \frac{1000g BaCl_2 \text{ محلول}}{1kg BaCl_2 \text{ محلول}}$$

$$= 1000g BaCl_2 \text{ محلول}$$

$$\frac{1L}{1000ml} \times 10^{-2} mol Na_2SO_4$$

$$\Rightarrow 10^{-2} mol Na_2SO_4 \times \frac{1 mol BaCl_2}{1 mol Na_2SO_4} \times \frac{208g BaCl_2}{1 mol BaCl_2}$$

$$= 208 \times 10^{-2} g BaCl_2 \Rightarrow ppm = \frac{208 \times 10^{-2} g}{1000g \text{ محلول}} \times 10^{-6} = 208 ppm$$

جرم رسوب:

$$10^{-2} mol Na_2SO_4 \times \frac{1 mol BaSO_4}{1 mol Na_2SO_4} \times \frac{233g BaSO_4}{1 mol BaSO_4}$$

$$= 0.233g BaSO_4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸

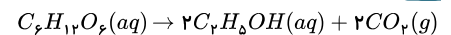
بررسی عبارت نادرست:

قطبیت هیدروکربن‌ها مانند هگزان ناچیز و تقریباً برابر صفر در نظر گرفته می‌شود، اما گشتاور دوقطبی (I_p) کاملاً برابر صفر است.

طبق قانون هنری، انحلال‌پذیری گازها در دمای ثابت با افزایش فشار، افزایش می‌یابد. از طرفی با این که CO_2 ناقطبی است اما به علت انجام واکنش با مولکول‌های آب انحلال‌پذیری بیشتری نسبت به NO قطبی دارد.

در جدول دوره‌های عناصر در نافلزات از بالا به پایین خصلت نافلزی کم شده و بدین ترتیب واکنش‌پذیری آن‌ها نیز در واکنش با گاز هیدروژن از بالا به پایین کم می‌شود. از طرفی با افزایش خصلت فلزی چکش‌خواری و شکل‌پذیری و رسانایی گرما و الکتریسیته نیز در مواد افزایش می‌یابد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۰

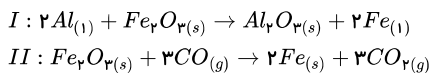


$$3.2L CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{22.4L CO_2} \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_6}{2 mol CO_2}$$

$$\times \frac{180g C_6H_{12}O_6}{1 mol C_6H_{12}O_6} \times \frac{100}{70} \approx 187.4g C_6H_{12}O_6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲

هماتیت همان سنگ آهن است یعنی Fe_2O_3 به همراه ناخالصی پس واکنش اولیه همان واکنش ترمیت است.



در ابتدا بازده درصدی واکنش II را به دست می‌آوریم.

$$100 Fe_2O_3 \times \frac{1 mol Fe_2O_3}{160g Fe_2O_3} \times \frac{3 mol CO_2}{1 mol Fe_2O_3} \times \frac{22/4 L CO_2}{1 mol CO_2}$$

$$\times \frac{x}{100} = 27/3L$$

$$\Rightarrow x = 65 \text{ بازده درصدی}$$

پس درصد خلوص هماتیت نیز ۶۵٪ است.

حال بازده درصدی واکنش ترمیت (I) را به دست می‌آوریم.

$$40g Fe_2O_3 \times \frac{65}{100} \times \frac{1 mol Fe_2O_3}{160g Fe_2O_3} \times \frac{2 mol Fe}{1 mol Fe_2O_3}$$

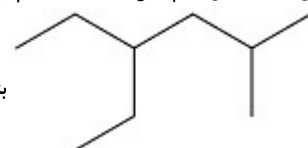
$$\times \frac{56g Fe}{1 mol Fe} \times \frac{x'}{100} = 14/56 \Rightarrow x' = 80$$

$$\Rightarrow \% \text{ بازده درصدی} = 80$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳

بررسی عبارت‌های نادرست:

(۱) فراریت هیدروکربن‌ها با افزایش جرم اتمی آن‌ها معمولاً کم می‌شود و فراریت گریس ($C_{18}H_{38}$) بیشتر از وازلین ($C_{25}H_{52}$) است.



به صورت ۴-اتیل-۲-متیل‌هگزان است.

(۲) نام صحیح ترکیب

۳) گاز اتن به علت واکنش با برم، رنگ قرمز محلول آن را، کم رنگ تر می کند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴

الف) مجموع انرژی های جنبشی ذرات یک ماده را هم ارز انرژی گرمایی و میانگین آن را هم ارز با دمای ماده در نظر می گیرند.
 ب) یکای رایج دما درجه سلسیوس ($^{\circ}C$) است که نماد دما بر حسب آن به صورت (θ) می باشد.

برای به دست آوردن ΔH واکنش طبق قانون مس واکنش اولیه را در ۳ ضرب کرده و معکوس می کنیم و دو واکنش دیگر را در $\frac{1}{2}$ ضرب می کنیم.

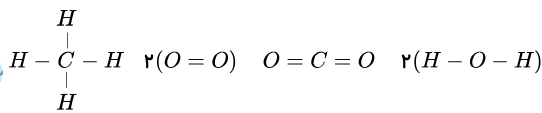
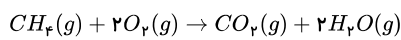
$$\Delta H = -(-240) \times 3 + (484) \times \frac{1}{2} + (-636) \times \frac{1}{2} = 644 \text{ kJ}$$

اما توجه کنید که این آنتالپی به ازای تشکیل ۴ مول $(\text{AgH}_2)\text{H}_2$ می باشد پس برای تولید ۲ گرم آن باید این عدد را بر ۴ تقسیم کنیم.

$$\Delta H_1 = \frac{+644}{4} = +161 \text{ kJ}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در فرآورده} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده} \right]$$



$$\Rightarrow \Delta H = 4 \times \Delta H_{\text{C-H}} + 2 \times \Delta H_{\text{O=O}}$$

$$- (2 \times \Delta H_{\text{C=O}} + 2 \times 2 \times \Delta H_{\text{O-H}})$$

$$= 4 \times 415 + 2 \times 495 - (2 \times 799 + 4 \times 463) = -800 \text{ kJ}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷

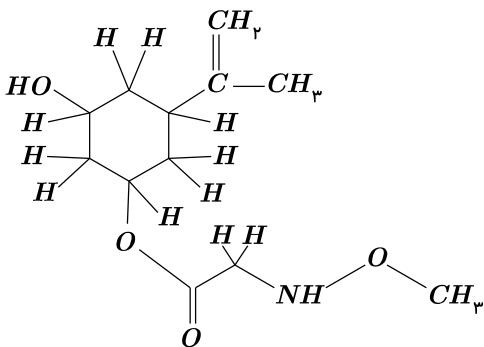
- سوختن گرد آهن در صورت پاشیدن و پخش کردن آن بر روی شعله و عدم سوختن آن در کپسول چینی نشان دهنده تأثیر سطح تماس واکنش دهندهها بر سرعت واکنش است.
 - بیشتر بودن سرعت و شدت واکنش پتاسیم با آب در مقایسه با واکنش سدیم با آب نشان دهنده تأثیر ماهیت واکنش دهندهها بر سرعت واکنش است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸

الف) کتون، ب) کربوکسیلیک اسید، پ) آمید، ت) آمین، ث) استر

۱) فرمول مولکولی این ترکیب $\text{C}_{12}\text{H}_{21}\text{O}_4\text{N}$ می باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹



۲) این ترکیب فاقد حلقه آروماتیک () است.

۳) ویتامین (ث) یک ترکیب محلول در آب است و با توجه به گروه های قطبی پیرامون ترکیب سؤال، انتظار می رود این ترکیب نیز در آب محلول باشد.

در مولکول های صابون، زنجیره بلند کربنی، بخش چربی دوست و قسمت قطبی که شامل گروه عاملی کربوکسیلات است، بخش آب دوست می باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰
۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱

$$pH = -\log[H^+] = -\log[10^{-4}] = 4 \Rightarrow \text{سه برابر شود}$$

$$\Rightarrow pH = 12 \text{ در محلول نهایی}$$

$$\Rightarrow pH = 12 \Rightarrow pOH = 14 - 12 = 2 \Rightarrow -\log[OH^-] = 2$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 10^{-2} \Rightarrow ? \text{ mol } OH^- = 10^{-2} \times 0.5 = 5 \times 10^{-3} \text{ mol } OH^-$$

$$\Rightarrow g \text{ NaOH} ? = 5 \times 10^{-3} \text{ mol } OH^- \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol OH}^-}$$

$$= 0.2 \text{ g NaOH}$$

البته مقدار NaOH از ۰/۲ گرم بیشتر است چون مقداری از سود صرف خنثی کردن H^+ محلول اولیه می شود اما چون 5×10^{-3} مول H^+ در محلول اولیه بوده و این مقدار در برابر

5×10^{-3} مول نهایی ناچیز است، از آن صرف نظر کردیم و تقریباً جرم سود افزوده شده را $2/2$ گرم در نظر گرفته ایم.

محلول فرمیک اسید: $pH = 1/7 \Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-2}$ (۱) (۲) (۳) (۴) (۹۲)

$$\Rightarrow \text{درصد یونش} = \frac{2 \times 10^{-2}}{2} \times 100 = \%1$$

درصد یونش اسید ضعیف برابر است با:

$$4 \times 1 = \%4$$

$$\text{از طرفی} \Rightarrow \alpha = \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}}, 4 = 100 \times \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}}$$

$$\Rightarrow [HA]_{\text{اولیه}} = 25 \times [H^+]$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{[HA]_{\text{اولیه}} - [H^+]} \Rightarrow 1/6 \times 10^{-5} = \frac{[H^+]^2}{24[H^+]} = \frac{[H^+]}{24}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 24 \times 1/6 \times 10^{-5} \rightarrow pH = 3/4, pOH = 10/6$$

موارد ب و پ نادرست هستند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۹۳)

بررسی عبارتهای نادرست:

(ب) آلومینیم و روی هر دو کاهندههای قوی تری نسبت به مس هستند و باعث می شوند وقتی تیغه آن‌ها در محلول مس (II) قرار گیرد، مس شروع به کاهش یافتن کند و رنگ محلول که ناشی از وجود یون مس است رفته رفته کم شود.

(پ) در این جهت واکنش $A^+ + B \rightarrow B^+ + A$ در حال تبدیل شدن به A و کاهش می باشد پس می توان گفت A اکسندۀ قوی تر نسبت به B است که در حال اکسایش است.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۹۴)

بررسی عبارتهای نادرست:

(۱) پتانسیل کاهش مس بیشتر از آهن است پس مس اکسندۀ قوی تری نسبت به آهن است.

(۲) در سلول ۳ فلز آهن است چون آهن در حال اکسایش یافتن و تبدیل شدن به Fe^{2+} است.

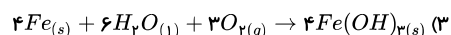
(۴) در سلول ۴ منیزیم در نقش آند است و واکنش اکسایش بر روی آن انجام می گیرد.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۹۵)

بررسی عبارتهای نادرست:

(۱) در واکنش ترمیت، Fe به Fe^{3+} تبدیل می شود.

(۲) در ناحیه آندی سلول دانهز، Cl^- به گاز زرد رنگ کلر (Cl_2) تبدیل می شود.



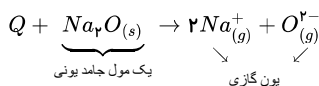
(۴) در آهن گالوانیزه روی به علت این که کاهنده قوی تر است در رقابت با آهن اکسایش می یابد و در صورت ایجاد خراش باز هم روی، اکسید می شود.

(الف) مولکولهای NCl_3 و H_2O قطبی بوده و باقی مولکولهای ذکر شده ناقطبی اند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۹۶)

(ب) ساختار خطی $\ddot{O}=\ddot{C}=\ddot{O}$ و ساختار خمیده دارد. $\ddot{O}=\ddot{S}=\ddot{O}$

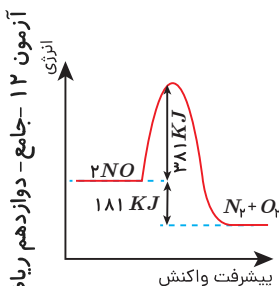
(پ) علامت $-\delta$ بر روی اتم نیتروژن است که خاصیت نافلزنی بیشتری از هیدروژن دارد. $\begin{matrix} \ddot{N}^{-\delta} \\ | \\ H \\ | \\ H \\ +\delta \end{matrix}$

به انرژی مورد نیاز برای تبدیل یک مول از شبکه یک جامد یونی به یونهای گازی سازنده اش، انرژی فروپاشی شبکه یونی گفته می شود. (۱) (۲) (۳) (۴) (۹۷)

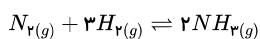


همان طوری که مشاهده می کنید سطح انرژی NO از N_2 و O_2 بیشتر است و به این معنی است که از آن‌ها ناپایدارتر است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۹۸)

همچنین واکنشی است گرماده (با علامت ΔH منفی) که به علت زیاد بودن انرژی فعال سازی با سرعت زیادی هم پیش نمی رود.



(۱) (۲) (۳) (۴) (۹۹)

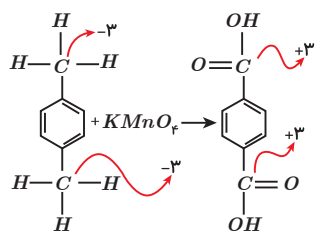


از آنجایی که واکنش گرماده است افزایش دما واکنش را به سمت چپ و تولید واکنش دهنده ها می برد و از آن جا که ثابت تعادل به صورت

است پس کم شدن فراورده که در اثر افزایش دما رخ داده است باعث کاهش مقدار ثابت تعادل نیز می شود.

$$K = \frac{[NH_3]^2}{[H_2]^3 [N_2]}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۰



$$\Rightarrow 2(-3) \rightarrow 2(+3) \Rightarrow 6 - (-6) = 12$$



انتشارات خوشخوان

خوشخوان