دفترچه اختصاصی – ۱

علوم ریاضی و فنی

دوازدهم ریاضی

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچهٔ شماره ۱
صبح شنبه
۱۴۰۳/۰۴/۱۶

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون جامع پنجم (هدیه) (۱۶ تیر ۱۴۰۳)

آزمــون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۴۰ **مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه**

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

دفترچهٔ سؤال

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آزمون هدیهٔ ۱۶ تیرماه ۱۴۰۳

دفترچهٔ اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	مهدی براتی-رحمان پوررحیم-سعید تن‌آرا-عادل حسینی-احمدرضا ذاکرزاده- علی ساوجی سیدمبین سیدموسوی-رضا سیدنجفی-نیما کدیوریان-نیما کلانتریان-سیدجواد نظری-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-عادل حسینی-مبشره ضرابیه-رضا عباسی‌اصل-فرشاد فرامرزی مرتضی فهیم‌علوی-محمدابراهیم گیتی‌زاده-نیلوفر مهدوی-امیر وفائی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه	آمارواحتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
گروه ویراستاری	مهرداد ملوندی سهیل تقی‌زاده	مهرداد ملوندی امیرمحمدکریمی مهبد خالتی	مهرداد ملوندی امیرمحمدکریمی مهبد خالتی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرمحمدکریمی	امیرمحمدکریمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه
زمان نقصانی: ۴۵ دقیقه
زمان ذخیره شده: ۲۵ دقیقه

ریاضیات

۱- دامنه تابع $y=\sqrt{x(2-2^x)}$ کدام است؟

۱) $[0,1]$
۲) $[-1,1]$
۳) $[0,+\infty)$
۴) $[1,+\infty)$

۲- مجموع و حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $x^2-3x-5=0$ را به ترتیب S و P می‌نامیم. کدام معادله دو جواب مثبت دارد؟

۱) $Sx^2+x-P=0$
۲) $Sx^2+x+P=0$
۳) $x^2+Px+S=0$
۴) $x^2-Px+S=0$

۳- حاصل $A=\sqrt{x+3-\sqrt{4x+8}}$ به ازای $x=2\sqrt{3}+2$ کدام است؟

۱) ۱
۲) $\sqrt{2}$
۳) $\sqrt{3}$
۴) ۲

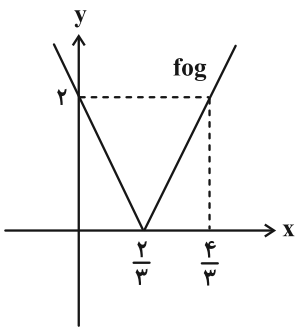
۴- در یک دنبالهٔ هندسی با جملات مثبت داریم: $\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\frac{1}{a_5}=\frac{21}{4}$ و $a_7+a_8+a_9=\frac{112}{3}$. جملهٔ ششم این دنباله کدام است؟

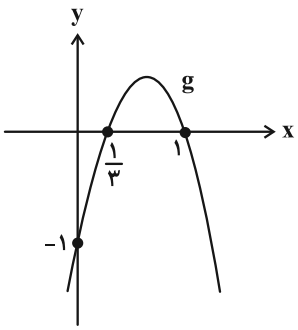
۱) $\frac{8}{3}$
۲) $\frac{17}{4}$
۳) $\frac{7}{3}$
۴) $\frac{15}{4}$

۵- معادلهٔ $\sqrt{x^4+3x^2-4}+\sqrt{x^3+3x^2-4}=\sqrt{24}$ چند جواب دارد؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۶- نمودارهای تابع درجه دوم g و تابع قدرمطلقی fog در شکل‌های زیر رسم شده‌اند. اگر ضابطهٔ f به صورت $f(x)=\sqrt{ax+b}$ باشد، حاصل $a-2b$ کدام است؟





۱) ۵-
۲) ۲
۳) ۱-
۴) ۳-

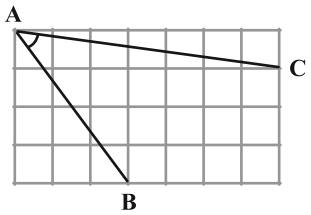
۷- خط $y = x + ۲$، نمودار وارون تابع $f(x) = ۱ - \log_b(bx + ۲)$ را در نقطه‌ای بر روی نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم قطع می‌کند، نمودار این تابع خط $y = ۲$ را با چه طولی قطع می‌کند؟

۱) -۲ ۲) $-\frac{۳}{۴}$ ۳) $-\frac{۳}{۲}$ ۴) -۱

۸- اگر $x = a$ جواب معادلهٔ $\log_۵(۲x+۱) + \log ۵x = ۲$ باشد، حاصل $\log_{a+۱}(a^۲ + ۵)$ کدام است؟

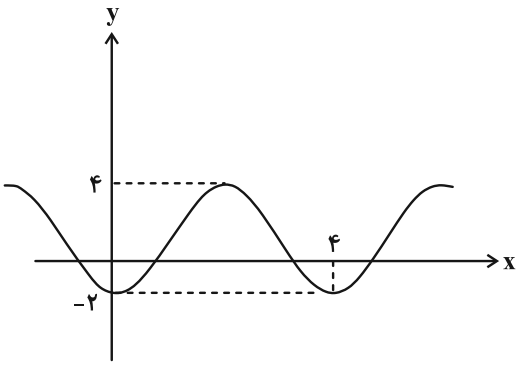
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۲

۹- مربع‌های شکل زیر همگی به ضلع ۱ هستند. اگر $B\hat{A}C = \alpha$ باشد، حاصل $\sin\alpha + \cos\alpha$ کدام است؟



۱) $\sqrt{۳}$
۲) ۱
۳) $\sqrt{۲}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۰- اگر شکل زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = a + b\sin\pi(cx - \frac{۱}{۲})$ باشد، حاصل $ab + |۲c|$ کدام است؟



۱) ۳/۵
۲) ۴
۳) -۲
۴) $-۲/۵$

۱۱- معادلهٔ $\sin x + \cos x = \frac{۱}{\cos x}$ در بازه $(۰ , ۲\pi)$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

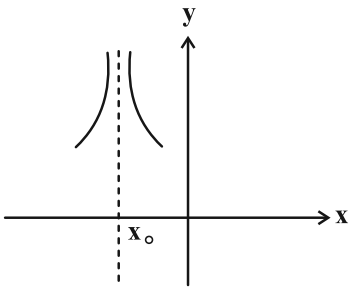
۱۲- حاصل $\lim\limits_{x\to-\pi} \frac{\cos x + \cos^۴ x}{\sin^۲ x}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۱۳- تابع $f(x)=x[x]+a$ مفروض است. اگر تابع $|f|$ در $x=۲$ پیوسته باشد، مقدار $f(\frac{a}{۲})$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۳ ۴) -۶

۱۴- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x)=\frac{۳x+b}{۴x^۲-ax+۱}$ است. دو تایی $(a\ ,\ b)$ به کدام صورت می‌تواند باشد؟



۱) $(-۴\ ,\ ۱)$

۲) $(۴\ ,\ ۲)$

۳) $(-۴\ ,\ ۲)$

۴) $(۴\ ,\ ۱)$

۱۵- $f(x)=\frac{ax^n+۴x-۱۰}{۲x^۳+۵\sqrt{x}+۳}$ مفروض است، اگر $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=۳$ باشد، $f'(۱)$ کدام است؟

۱) ۱/۶ ۲) ۱/۸ ۳) ۲ ۴) ۲/۲

۱۶- تابع $f(x)=(x^۲-۵x)[\frac{۳x+۵}{x-۲}]$ مفروض است. حاصل $\lim\limits_{h\to ۰^+}\frac{f(۳)-f(۳-۵h)}{۲h}$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱۴ ۲) -۱۴ ۳) ۳۵ ۴) -۳۵

۱۷- اختلاف طول نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x)=\frac{۱}{۳}x^۳+x^۲+kx-۴$ برابر ۴ است. فاصلهٔ نقطهٔ ماکزیمم نسبی تابع f تا مبدأ مختصات چند برابر $\sqrt{۱۷}$ است؟

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۴

۱۸- بزرگ‌ترین استوانه‌ای که می‌توان در یک مخروط محاط کرد، چه کسری از حجم مخروط را اشغال می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m، تابع غیرثابت $f(x)=\frac{m}{۲}x^۲+\sin mx$ نقطه عطف ندارد؟

۱) این تابع همواره نقطه عطف دارد. ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

۲۰- اگر ارزش گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ نادرست باشد، ارزش گزارهٔ $(r \Rightarrow q \sim) \Rightarrow p \sim$ با کدام یک از گزاره‌های زیر یکسان است؟

۱) $\sim p \vee r$
۲) $\sim q \vee r$
۳) $p \wedge \sim r$
۴) $\sim p \wedge q$

۲۱- متمم مجموعهٔ $(A - B)' - B$ نسبت به مجموعهٔ مرجع کدام است؟

۱) $A \cup B$
۲) B
۳) A
۴) $A \cap B$

۲۲- در یک کلاس ۱۲ دانش‌آموز در ۳ ردیف چهار نفره نشسته‌اند. اگر دو نفر به تصادف از این کلاس انتخاب کنیم، احتمال آنکه دو نفر انتخابی از یک ردیف نباشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱۰}{۱۱}$
۲) $\frac{۹}{۱۱}$
۳) $\frac{۸}{۱۱}$
۴) $\frac{۶}{۱۱}$

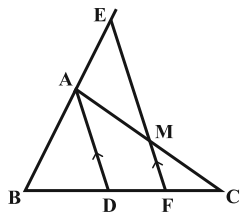
۲۳- فرض کنید جامعه‌ای از ۵ نفر که درآمد ماهیانهٔ آن‌ها بر حسب میلیون تومان به صورت ۱۰ و ۸ و ۵ و ۴ و ۳ است، تشکیل شده باشد. اگر بخواهیم میانگین درآمد اعضای این جامعه را به کمک نمونه‌ای به اندازهٔ ۳ برآورد کنیم، احتمال آنکه میانگین نمونه کمتر از میانگین جامعه باشد، کدام است؟

۱) ۰/۳
۲) ۰/۵
۳) ۰/۶
۴) ۰/۸

۲۴- طول پاره‌خطی که وسط‌های دو قطر ذوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۱۱ و ۲۰ واحد را به هم وصل می‌کند، کدام است؟

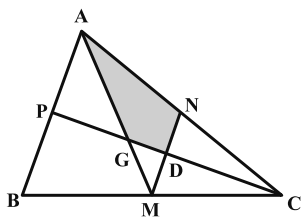
۱) ۴
۲) ۴/۵
۳) ۵
۴) ۵/۵

۲۵- در شکل زیر، از نقطهٔ M وسط پاره‌خط AC، خطی موازی AD رسم شده است. اگر $\frac{AD}{EF} = \frac{۲}{۳}$ باشد، حاصل $\frac{BD}{CD}$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۴}{۵}$
۴) ۱

۲۶- در شکل زیر، نقاط M، N و P به‌ترتیب وسط اضلاع BC، AC و AB هستند. مساحت مثلث ABC، چند برابر مساحت چهارضلعی $AGDN$ است؟



۱) $\frac{۱۶}{۳}$
۲) ۴/۸
۳) $\frac{۴۱}{۱۱}$
۴) ۴

۲۷- خطوط d_1 و d_2 به‌ترتیب موازی و متقاطع با صفحهٔ P هستند. چند خط در فضا وجود دارد که با صفحهٔ P موازی باشد و هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند؟

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۲۸- در چهارضلعی محدب $ABCD$، اگر $\widehat{ABD}=۴۵^\circ$، $\widehat{ADC}=۷۰^\circ$ و $\widehat{DBC}=۶۵^\circ$ باشد، اندازهٔ $\widehat{CAD}$ کدام است؟

۱) ۵۰° ۲) ۵۵° ۳) ۶۰° ۴) ۶۵°

۲۹- نقطهٔ M خارج از دایره‌ای به مرکز O قرار دارد و کم‌ترین و بیش‌ترین فاصلهٔ نقطهٔ M از نقاط واقع بر این دایره به‌ترتیب برابر ۲ و ۱۶ است. اگر از نقطهٔ M، مماس MT را بر این دایره رسم کنیم (T روی دایره است)، طول کوتاه‌ترین ارتفاع مثلث OTM چند برابر $\sqrt{۲}$ است؟

۱) $\frac{۳۶}{۷}$ ۲) ۵ ۳) $\frac{۲۸}{۹}$ ۴) ۳

۳۰- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۶ واحد، نقاط M و N را به ترتیب روی اضلاع AB و AC و به فاصله‌های ۳ و ۴ واحد از رأس A انتخاب می‌کنیم. اگر P نقطهٔ دلخواهی روی ضلع BC باشد، کمترین مقدار $MP+NP$ کدام است؟

۱) $\frac{۵\sqrt{۶}}{۲}$ ۲) $۳+\sqrt{۷}$ ۳) ۵ ۴) $\sqrt{۳۱}$

۳۱- مثلث ABC با طول ضلع‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۵ مفروض است. مساحت مجانس این مثلث تحت تجانس به مرکز محل برخورد میانه‌ها و نسبت $k=\frac{۱}{۳}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲۸}{۳}$ ۲) $\frac{۲۹}{۴}$ ۳) ۸ ۴) ۵

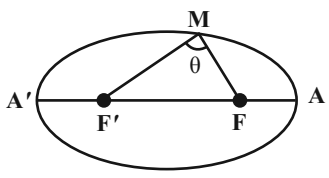
۳۲- اگر $A=\begin{bmatrix} a+c & a-۲b \\ ۲b+۱ & b \end{bmatrix}$ ماتریسی قطری و $A^۲$ ماتریسی اسکالر باشد، بیشترین مقدار $a+b+c$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

۳۳- خط به معادلهٔ $۳x-۴y+۷=۰$، دایره به معادلهٔ $x^۲+y^۲-۲x-۲y-۲=۰$ را در نقاط A و B قطع کرده است. طول وتر AB کدام است؟

۱) $\frac{۶}{۵}$ ۲) $\frac{۸}{۵}$ ۳) $\frac{۱۲}{۵}$ ۴) $\frac{۱۶}{۵}$

۳۴- در بیضی شکل زیر، خروج از مرکز برابر $\frac{۳}{۴}$ و طول قطر بزرگ برابر ۸ است. اگر $MF'-MF=۲$ باشد، $\cos\theta$ کدام است؟



۱) $-\frac{۱}{۱۵}$

۲) $-\frac{۱}{۱۰}$

۳) $\frac{۱}{۱۵}$

۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۳۵- نسبت اندازه‌های دو قطر متوازی‌الاضلاعی که روی بردارهای $\vec{a}=۲\vec{i}+\vec{k}$ و $\vec{b}=۳\vec{i}+۲\vec{j}$ ساخته می‌شود، می‌تواند باشد؟

۱) ۲
۲) $\sqrt{۵}$
۳) $\sqrt{۶}$
۴) $\sqrt{۷}$

۳۶- چه تعداد از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟

الف) اگر k حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $۴k+۱$ مربع کامل است.

ب) اگر k حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی و زوج متوالی باشد، آنگاه $k+۱$ مربع کامل است.

پ) اگر k حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی و فرد متوالی باشد، آنگاه $k+۱$ مربع کامل است.

۱) هیچ
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۳۷- معادلهٔ $۶۷x\overset{۲۱}{\equiv}۱$ در مجموعهٔ اعداد طبیعی دو رقمی چند جواب دارد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۳۸- گراف $K_۴$ با رأس‌های a، b، c و d، چند زیرگراف مانند G دارد که در آنها تعداد یال‌های G از $\overline{G}$ کمتر باشد؟

۱) ۲۲
۲) ۲۸
۳) ۳۸
۴) ۴۴

۳۹- اگر دو مربع لاتین A و B متعامد باشند، حاصل $x+y$ کدام است؟

A=

۳	۴	۱	۲
۴	۳	۲	۱
۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳

B=

۳	۴	۱	۲
۱			
	x		۳
		y	

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۴۰- معادلهٔ $x_۱+x_۲+x_۳=۱۵$ چند دسته جواب طبیعی دارد که در آن‌ها حاصل‌ضرب $x_۱.x_۲.x_۳$ عددی فرد است؟

۱) ۱۵
۲) ۲۱
۳) ۲۸
۴) ۳۶

دفترچه اختصاصی – ۲

علوم ریاضی و فنی

دوازدهم ریاضی

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچهٔ شماره ۲
صبح شنبه
۱۴۰۳/۰۴/۱۶

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون جامع پنجم (هدیه) (۱۶ تیر ۱۴۰۳)

آزمــون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۶۵ **مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه**

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

دفترچهٔ سؤال

آزمون هدیهٔ ۱۶ تیرماه ۱۴۰۳

دفترچهٔ دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی

(فیزیک و شیمی)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	فیزیک	دانیال الماسیان-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-علیرضا جباری-امیر جمشید-سیدعلی حیدری-ویدا حیدری محمدعلی راست‌پیمان-محمدجواد سورچی-سعید شرق-معصومه شریعت‌ناصری-حسین عبدوی‌نژاد-پوریا علاقه‌مند محسن قندچلر-بهادر کامران-محمدصادق مام‌سیده-امیرمحمد محسن‌زاده-احمد مرادی‌پور-احسان مطلبی محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-آرش یوسفی
	شیمی	علی افخمی‌نیا-امیرعلی بیات-علی جدی-اسامه جوشن-میرحسن حسینی-علی رحیمی-علیرضا رضایی‌سراب فرزاد رضایی-امید رضوانی-روزبه رضوانی-رضا سلیمانی-مسعود طبرسا-امیرحسین طیبی-سروش عبادی هادی عباسی-مجید غنچه‌علی-میلاد قاسمی-متین قنبری-میثم کیانی-حسین ناصری‌ثانی-فرزاد نجفی‌کرمی محمد نکو-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	امیرعلی بیات
گروه ویراستاری	حسین بصیر زهره آقامحمدی بهنام شاهنی	ماهان زواری
مسئول درس	حسام نادری	فرزین فتحی
مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

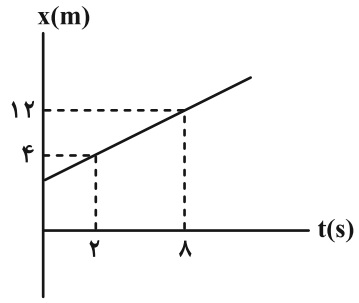
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

زمان پاسخگویی (مجموع فیزیک و شیمی): ۷۵ دقیقه
زمان نقصانی (مجموع فیزیک و شیمی): ۶۰ دقیقه
زمان ذخیره شده (مجموع فیزیک و شیمی): ۱۵ دقیقه

فیزیک

۴۱- نمودار مکان- زمان متحرکی به صورت زیر است. معادلهٔ حرکت آن در SI کدام است؟

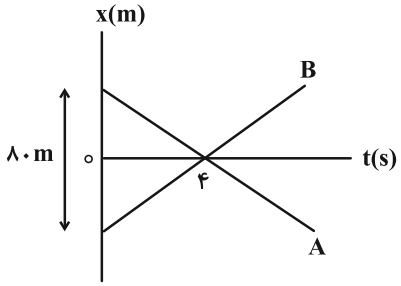


۱) $x=\frac{۴}{۳}t+\frac{۴}{۳}$
۲) $x=۲t+۴$
۳) $x=-\frac{۴}{۳}t+۴$
۴) $x=\frac{۴}{۳}t+۴$

۴۲- متحرکی با شتاب ثابت بر روی خط راست در حرکت بوده و در لحظهٔ $t=۰$ در مکان $-۴m$ است. اگر سرعت این ذره در مکان‌های $۵m$ و $۱۹m$ به ترتیب برابر با $۳\frac{m}{s}$ و $۴\frac{m}{s}$ باشد، شتاب و سرعت اولیهٔ آن در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$ ، ۰/۵
۲) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$ ، ۰/۲۵
۳) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$ ، ۰/۵
۴) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$ ، ۰/۲۵

۴۳- شکل زیر، نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B است که بر روی خط راست حرکت می‌کنند. اگر تندی متحرک A، ۷۵ درصد کمتر از تندی متحرک B باشد، فاصلهٔ متحرک B از مبدأ مکان در لحظهٔ $t=۶s$ چند متر است؟

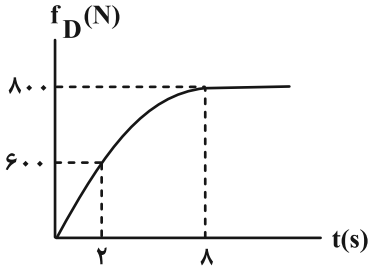


۱) ۳۰
۲) ۳۲
۳) ۳۴
۴) ۳۶

۴۴- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها شده و با شتاب ثابت سقوط می‌کند. اگر تندی متوسط آن در $\frac{۱}{۴}$ ابتدای مسیر برابر با $۲۰\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

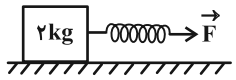
۱) ۲۵
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۴۵

۴۵- با توجه به نمودار اندازهٔ نیروی مقاومت هوا برحسب زمان برای سقوط یک چترباز در شکل زیر، بزرگی شتاب چترباز در لحظهٔ $t=۲s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۲/۵
۴) ۱۲/۵

۴۶- وزنه‌ای به جرم $2kg$ را روی یک سطح افقی که ضریب اصطکاک جنبشی آن با جسم $0/3$ می‌باشد، به وسیلهٔ فنری با سرعت ثابت می‌کشیم. اگر تغییر طول فنر نسبت به طول عادی آن برابر با $20cm$ باشد، ثابت فنر چند $\frac{N}{m}$ است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۳۰
۲) ۳۰۰
۳) ۳
۴) ۰/۳

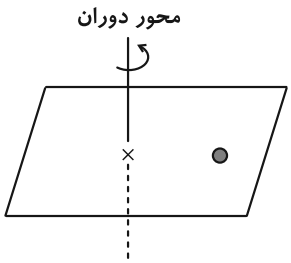
۴۷- جسمی تحت تاثیر سه نیروی هم‌راستای $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3=12(N)\vec{i}$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی با تکانهٔ ثابت $-15(\frac{kg.m}{s})\vec{i}$ در حال حرکت است. اگر در یک لحظه اندازهٔ $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ نصف و جهت آن‌ها عکس شود، اندازهٔ بردار تکانهٔ جسم، ۴ ثانیه پس از این لحظه در SI مطابق کدام گزینه است؟

۱) ۳۹ ۲) ۹ ۳) ۵۷ ۴) ۸۷

۴۸- اگر شتاب جاذبه در سطح یک سیاره را با g و شعاع آن را با R و چگالی آن را با ρ نشان دهیم، در این صورت کدام گزینه به درستی شتاب جاذبه در سطح این سیاره را نشان می‌دهد؟ (G : ثابت گرانش)

۱) $\frac{4}{3}\pi G\rho R$ ۲) $\frac{4}{3}\pi G\rho$ ۳) $\frac{3}{4}\pi G\rho R$ ۴) $\frac{4}{3}\frac{\pi G\rho}{R}$

۴۹- در شکل زیر، صفحه با تندی ثابت حول محور نشان داده شده دوران می‌کند. حداکثر تندی صفحه چند $\frac{m}{s}$ باشد تا مهره‌ای به جرم ۴۰۰ گرم روی صفحه نلغزد؟ (فاصلهٔ مهره تا مرکز دوران ۳۶ سانتی‌متر، ضریب اصطکاک ایستایی بین مهره و صفحه برابر با $0/4$ و $g=10\frac{m}{s^2}$ است.)

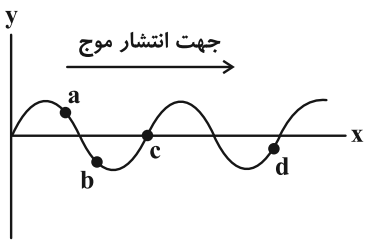


۱) ۰/۶
۲) ۱/۲
۳) ۲
۴) ۳/۶

۵۰- آونگ ساده‌ای به طول $40cm$ با دامنهٔ کم به صورت هماهنگ ساده نوسان می‌کند. اگر جرم گلولهٔ آونگ $80g$ و بیشینهٔ اندازهٔ تکانهٔ آن 4×10^{-3} واحد SI باشد، دامنهٔ نوسان این آونگ چند سانتی‌متر است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۱ ۳) ۲ ۴) ۱

۵۱- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده‌ای در حال انتشار است. چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟



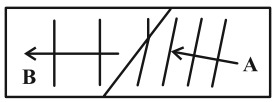
الف) نوع حرکت ذرهٔ a کندشونده است.
ب) ذرهٔ c بیشترین مقدار انرژی جنبشی‌اش را دارد.
پ) جهت بردار شتاب ذرهٔ b در خلاف جهت محور y است.
ت) انرژی جنبشی ذرهٔ d در حال کاهش است.

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

۵۲- تراز شدت صوت دریافتی از یک چشمهٔ صوت نقطه‌ای ساکن برای شنونده‌ای که در فاصلهٔ r_1 از آن قرار دارد، ۴۹ دسی‌بل است. اگر فاصلهٔ چشمه و شنونده به r_2 برسد، تراز شدت صوت دریافتی از همان چشمه، ۸۱ دسی‌بل می‌شود. نسبت $\frac{r_2}{r_1}$ کدام است؟ ($\log 2 \simeq 0/3$ و اتلاف انرژی نداریم.)

۱) $\frac{1}{20}$ ۲) $\frac{1}{25}$ ۳) $\frac{1}{30}$ ۴) $\frac{1}{40}$

۵۳- شکل زیر وضعیت چند جبههٔ موج متوالی را در سطح آب نشان می‌دهد. اگر بسامد موج و عمق آب در ناحیهٔ A به ترتیب f_A و D_A و در ناحیهٔ B، f_B و D_B باشد، کدام گزینه درست است؟

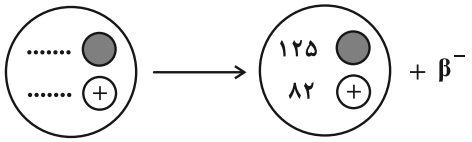


۱) $D_A < D_B$ ، $f_B < f_A$ ۲) $D_A < D_B$ ، $f_B = f_A$
۳) $D_A > D_B$ ، $f_B < f_A$ ۴) $D_A > D_B$ ، $f_B = f_A$

۵۴- اگر کوتاه‌ترین طول‌موج مرئی رشتهٔ بالمر ($n' = 2$) برابر λ_1 و بلندترین طول‌موج رشتهٔ پاشن ($n' = 3$) برابر λ_2 باشد، اختلاف λ_1 و λ_2 چند نانومتر است؟ ($R = 0/01 nm^{-1}$)

۱) $\frac{9500}{7}$ ۲) ۴۵۰ ۳) $\frac{14400}{7}$ ۴) $\frac{11250}{7}$

۵۵- شکل زیر، واپاشی هستهٔ مادری را نشان می‌دهد که در آن هستهٔ دختر، هستهٔ پایدار سرب (Pb) است که از واپاشی β^- حاصل شده است. تعداد نوکلئون‌های هستهٔ مادر چند برابر تعداد نوترون‌های آن است؟



۱) $\frac{126}{25}$ ۲) $\frac{126}{81}$
۳) $\frac{207}{81}$ ۴) $\frac{207}{126}$

۵۶- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

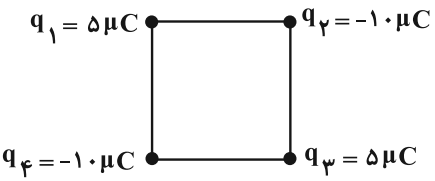
۱) در گسیل خودبه‌خودی و گسیل القایی فوتون‌ها در جهت مستقیم و یک‌سو، باریکهٔ لیزری را ایجاد می‌کنند.

۲) در گسیل القایی، با هر فوتون ورودی، سه فوتون خارج می‌شود. به این ترتیب این فرایند تعداد فوتون‌ها را افزایش می‌دهد و نور را تقویت می‌کند.

۳) در گسیل القایی، اگر انرژی کافی به اتم‌ها داده شود، الکترون‌های بیشتری به تراز انرژی بالاتر برانگیخته خواهند شد، شرطی که به وارونی جمعیت معروف است.

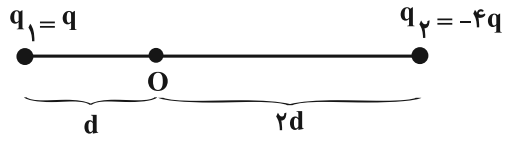
۴) در گسیل القایی، فوتون گسیل شده با فوتون ورودی همگام و هم‌فاز است و به این ترتیب فوتون‌هایی که باریکه لیزری را ایجاد می‌کنند هم‌جهت، هم‌فاز و دارای بسامد و انرژی بیشتری هستند.

۵۷- مطابق شکل زیر، چهار ذرهٔ باردار در رأس‌های یک مربع قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 چند برابر نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_2 است؟ ($\sqrt{2} = 1/4$)



۱) $\frac{23}{8}$
۲) ۲
۳) $\frac{23}{12}$
۴) ۴

۵۸- در شکل زیر، میدان الکتریکی ناشی از دو بار q_1 و q_2 در نقطهٔ O برابر $\vec{E}$ است. اگر جای بارهای q_1 و q_2 را عوض کنیم، میدان در همان نقطه چند برابر $\vec{E}$ می‌شود؟



۱) $\frac{17}{8}$
۲) $-\frac{17}{8}$
۳) ۵
۴) -۵

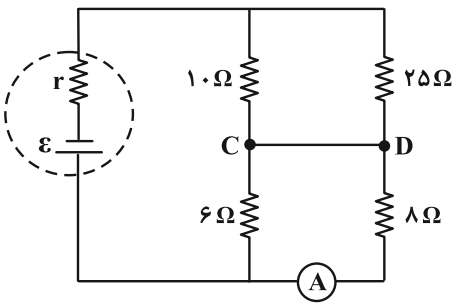
۵۹- فاصلهٔ بین صفحات خازنی ۵mm و مساحت هر یک از صفحه‌های آن $40cm^2$ و بین صفحات آن از یک دی‌الکتریک با ثابت ۵ استفاده شده است. اگر فاصلهٔ بین صفحات ۳mm کاهش یابد و بین صفحات هوا باشد، در آن صورت ظرفیت خازن چند پیکوفاراد و چگونه تغییر می‌کند؟ $(\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\frac{C^2}{N.m^2})$

۱) ۳۶ ، افزایش ۲) ۱۸ ، افزایش ۳) ۳۶ ، کاهش ۴) ۱۸ ، کاهش

۶۰- آمپر- ساعت نوعی از باتری‌های قلمی برابر ۱۸۰۰mAh است. اگر این باتری جریان متوسط ۰/۲ میلی‌آمپر را فراهم سازد، پس از چند شبانه‌روز خالی می‌شود؟ (هر شبانه‌روز، ۲۴ ساعت است.)

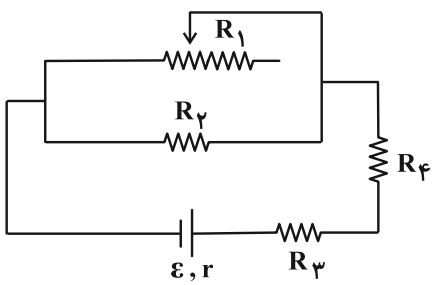
۱) ۱۷۵ ۲) ۳۵۰ ۳) ۳۷۵ ۴) ۷۵۰

۶۱- در مدار شکل زیر، اگر آمپرسنج آرمانی، ۳A را نشان دهد، جریان عبوری از سیم CD چند آمپر است؟



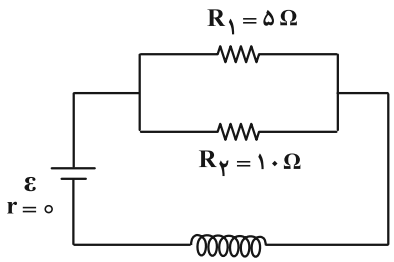
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۶۲- در شکل زیر، با حرکت تدریجی لغزنده رئوستا به طرف راست، توان مصرفی مقاومت R_4 و توان خروجی باتری به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟ (قبل از شروع تغییرات مقاومت R_1، مقدار مقاومت درونی باتری با مقاومت معادل مدار برابر بوده است.)



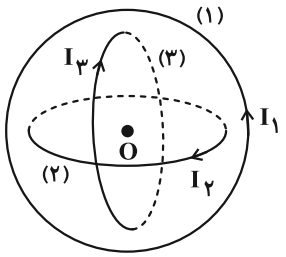
۱) کاهش- افزایش
۲) کاهش- کاهش
۳) افزایش- افزایش
۴) افزایش- کاهش

۶۳- در شکل زیر، سیملوله در هر متر ۱۰۰۰ دور حلقه دارد و میدان مغناطیسی داخل سیملوله $36G$ است. توان مصرفی در مقاومت R_1 در SI کدام است؟ $(\mu_0 = 12\times10^{-7}\frac{T.m}{A})$



۱) ۲۰
۲) ۱۰
۳) ۲
۴) ۱

۶۴- شکل زیر سه حلقهٔ هم‌مرکز حامل جریان را نشان می‌دهد. میدان مغناطیسی ناشی از حلقه‌های (۱)، (۲) و (۳) را در مرکز آن‌ها (نقطهٔ O) به ترتیب B_1، B_2 و B_3 می‌نامیم. اگر $B_1 = 0/5T$ ، $B_2 = \frac{3}{4}B_3$ و میدان برایند در نقطهٔ O، $1/3T$ باشد، B_2 چند تسلا است؟ (سطح حلقه‌ها بر هم عمود است.)

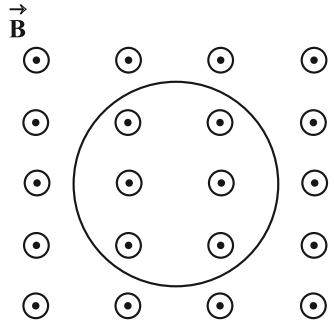


۱) ۰/۹۶
۲) ۰/۷۲
۳) ۰/۴۸
۴) ۰/۲۴

۶۵- یکای «$\frac{\text{وبر}}{\text{هانری}}$» معادل کدام گزینه است؟

۱) A
۲) $\frac{1}{A}$
۳) A^2
۴) $\frac{1}{A^2}$

۶۶- مطابق شکل زیر، حلقه‌ای رسانا به مقاومت الکتریکی 4Ω و شعاع $10cm$ درون میدان مغناطیسی یکنواخت برون‌سویی قرار دارد. اگر معادلهٔ میدان مغناطیسی برحسب زمان در SI به صورت $B = 0/2\sin(\frac{\pi}{6}t)$ باشد، جریان القایی متوسط از لحظهٔ $t_1 = 7s$ تا لحظهٔ $t_2 = 9s$ چند آمپر است؟ $(\pi \simeq 3)$

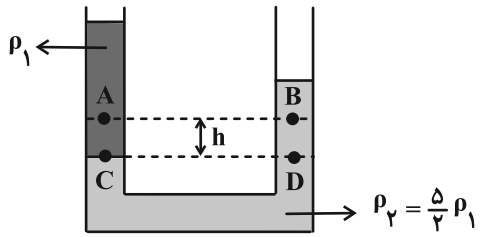


۱) صفر
۲) $1/125\times10^{-3}$
۳) $3/75\times10^{-4}$
۴) $2/25\times10^{-4}$

۶۷- درون یک ظرف استوانه‌ای به سطح مقطع $30cm^2$ تا ارتفاع $20cm$ آب ریخته‌ایم. اگر روی این آب، ۳۶ گرم روغن بریزیم، فشار پیمانه‌ای در کف این ظرف، چند درصد افزایش می‌یابد؟ $(g = 10\frac{N}{kg}$ و $\rho_{آب} = 1\frac{g}{cm^3})$

۱) ۶
۲) ۱۲
۳) ۲۴
۴) ۳۶

۶۸- در شکل زیر، دو مایع مختلف درون لولهٔ U شکل در حالت تعادل قرار دارند. کدام گزینه در مورد اختلاف فشار نقاط مشخص شده درست است؟



۱) $P_A - P_B = 0$ و $P_C - P_D = 0$

۲) $P_A - P_B = \frac{5}{2}\rho_1 gh$ و $P_C - P_D = \frac{3}{2}\rho_1 gh$

۳) $P_A - P_B = \frac{3}{2}\rho_1 gh$ و $P_C - P_D = 0$

۴) $P_A - P_B = 0$ و $P_C - P_D = \frac{3}{2}\rho_1 gh$

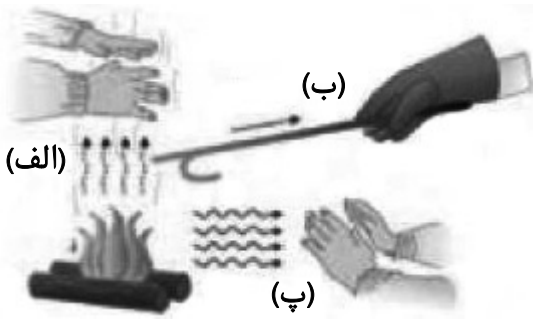
۶۹- از سطح زمین گلوله‌ای را با تندی $12\frac{m}{s}$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. تا رسیدن به نقطهٔ اوج اندازهٔ نیروی مقاومت هوای وارد بر این گلوله، ۲۰ درصد نیروی وزن آن است. این گلوله، حداکثر تا ارتفاع چند متر بالا می‌رود؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$

۱) ۷/۲
۲) ۶/۴
۳) ۶
۴) ۵

۷۰- دو نیروی ثابت $\vec{F}_1 = 40\vec{i} + 30\vec{j}$ و $\vec{F}_2 = 10\vec{i} - 20\vec{j}$ به جسمی به وزن ۴۰ نیوتون که روی سطح افقی بدون اصطکاکی ساکن است، وارد می‌شوند و آن را به اندازهٔ $\vec{d} = 5\vec{i}$ جابه‌جا می‌کنند. کار کل نیروهای وارد بر جسم چند ژول است؟ (یکاها در SI می‌باشند.)

۱) ۱۵۰
۲) ۳۰۰
۳) ۲۵۰
۴) ۲۰۰

۷۱- در شکل زیر، (الف) نشان‌دهندهٔ انتقال گرما به روش ..... و (ب) به روش ..... است.



۱) تابش- همرفت
۲) تابش- رسانش
۳) همرفت- تابش
۴) همرفت- رسانش

۷۲- گرمایی که مقداری آب $80^\circ C$ را به بخارآب $100^\circ C$ تبدیل می‌کند، چهار برابر گرمایی است که مقداری یخ $-10^\circ C$ را به آب $40^\circ C$ تبدیل می‌کند. جرم آب چند برابر جرم یخ است؟ ($c_{آب} = 2c_{یخ} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ ، $L_F = 336 \frac{kJ}{kg}$ و $L_V = 2268 \frac{kJ}{kg}$)

۱) $\frac{28}{25}$
۲) $\frac{25}{28}$
۳) $\frac{250}{37}$
۴) $\frac{37}{250}$

۷۳- قطر موی انسان $801 \times 10^{-2} \mu m$ است. این مقدار برحسب متر و به صورت نمادگذاری علمی مطابق کدام گزینه است؟

۱) $80/1 \times 10^{-9}$
۲) $8/01 \times 10^{-6}$
۳) $8/01 \times 10^{-10}$
۴) $80/1 \times 10^{-7}$

۷۴- شکل زیر مربوط به کدام یک از مراحل در چرخهٔ موتورهای درون‌سوز می‌باشد؟

۱) ضربهٔ مکش
۲) آتش گرفتن
۳) ضربهٔ تراکم
۴) ضربهٔ خروج

۷۵- یک حباب هوا به حجم ۱/۴۰ سانتی‌متر مکعب از عمق دریاچه‌ای که فشار در آن محل $1/8 \times 10^5$ پاسکال و دما ۷ درجهٔ سلسیوس است، به سطح دریاچه می‌رسد که دما ۲۷ درجهٔ سلسیوس و فشار $1/0 \times 10^5$ پاسکال است. در این انتقال، حجم حباب چند سانتی‌مترمکعب تغییر می‌کند؟

۱) ۱/۳۰
۲) ۱/۲۸
۳) ۱/۰۷
۴) ۰/۷۰

شیمی

۷۶- با داده‌های کدام گزینه‌ها، مفهوم عبارت زیر به درستی تکمیل می‌شود؟

«عنصر X که در دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای قرار دارد، اگر مجموع شمار الکترون‌های با $l=0$ و $l=1$ در اتم آن ..... برابر شمار الکترون‌های با $l=2$ باشد، عنصر X در گروه ..... جدول دوره‌ای قرار دارد و دارای ..... الکترون ظرفیتی است.»

آ) ۳/۸ ، ۱۶ ، ۶

ب) ۱/۹ ، ۱۱ ، ۱۱

پ) ۲/۵ ، ۱۷ ، ۷

ت) ۲/۵ ، ۶ ، ۶

۱) «پ» و «ت» ۲) «آ» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «آ» و «ب»

۷۷- با توجه به شکل مقابل، چند مورد درست است؟

- در انتقال الکترون به لایه‌های پایین‌تر، میزان انرژی آزاد شده به اختلاف عدد کوانتومی اصلی دو لایه رابطه مستقیم دارد.
- میزان انرژی آزاد شده به تفاوت شمارهٔ لایه‌ها در برگشت از حالت برانگیخته به حالت پایه رابطه عکس دارد.
- تعداد ذرات باردار درون هسته اتم در میزان سطح انرژی لایه‌های پیرامون آن مؤثر است.
- طول موج پرتوی نشر شده در شماره ۲ نسبت به شمارهٔ ۱ بیشتر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۸- اتم $_{16}X$ با جرم اتمی میانگین ۳۳/۲، دارای ۳ ایزوتوپ است که یکی از آنها دارای ۱۸ نوترون با فراوانی ۳۰ درصد و دیگری ۱۶ نوترون با فراوانی ۵۰ درصد است. شمار نوترون‌های ایزوتوپ سوم کدام است؟

۱) ۱۹ ۲) ۲۰ ۳) ۲۱ ۴) ۲۲

۷۹- در ارتباط با اتمسفر زمین، چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

- علت خارج نشدن گازها از اتمسفر زمین، برهم‌کنش میان مولکول‌های مختلف است.
- میان گازها که اغلب نامرئی هستند، واکنش‌های شیمیایی گوناگونی رخ می‌دهد که برخی از آنان برای ما مفید نمی‌باشند.
- روند تغییر دما در لایه‌های اول و سوم همانند روند تغییر فشار با افزایش ارتفاع است.
- تغییر آب و هوای زمین در لایه‌ای رخ می‌دهد که امکان دیده شدن مولکولی قطبی با توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی در آن وجود دارد.
- مطابق شکل کتاب درسی در لایه‌های بالایی، امکان مشاهده گونه‌های بدون الکترون، همانند آنیون‌ها وجود دارد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۸۰- پس از موازنهٔ واکنش‌های داده شده، کدام گزینه دربارهٔ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر به‌طور صحیح بیان شده است؟

I) $H_2SO_4 + KMnO_4 + NaH \rightarrow H_2O + K_2SO_4 + Na_2SO_4 + MnSO_4$

II) $Au + HNO_3 + NaCl \rightarrow NO + Na_2O + HAuCl_4$

الف) مجموع ضرایب فراورده‌های واکنش (I) با ۵ برابر مجموع شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی سیلیسیم تترا برمید برابر است.

ب) ضریب اکسید بازی موجود در واکنش (II) برابر شمار اتم‌های اکسیژن در فرمول شیمیایی سیلیس است.

۱) (الف) همانند (ب) نادرست است.
۲) (الف) همانند (ب) درست است.
۳) (ب) برخلاف (الف) نادرست است.
۴) (ب) برخلاف (الف) درست است.

۸۱- در واکنش زیر از ۳۱/۶ گرم $KMnO_4$ مطابق واکنش موازنه نشده زیر استفاده شده است، اگر دما و فشار به ترتیب بـه $546^\circ C$ و ۲atm برسد، حجم گاز تولیدی چند لیتر خواهد بود؟ $(K = 39, Mn = 55, O = 16 : g.mol^{-1})$

$$KMnO_4(s) \xrightarrow{\Delta} K_2MnO_4(s) + MnO_2(s) + O_2(g)$$

۱) ۲/۲۴
۲) ۳/۳۶
۳) ۱۱/۲
۴) ۴/۴۸

۸۲- دستگاه گلوکومتر در بدن فردی عدد ۹۰ را نشان می‌دهد. در صورتی‌که اکسیژن مصرفی برای اکسایش گلوکز جهت تأمین انرژی مورد نیاز این فرد برای پیاده‌روی برابر با ۰/۰۶ مول باشد، چند درصد از گلوکز موجود در خون این فرد اکسایش یافته است؟ (حجم خون فرد را برابر با ۵ لیتر در نظر بگیرید و $C = 12, H = 1, O = 16 : g.mol^{-1}$)

$$C_6H_{12}O_6(aq) + 6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(l)$$

۱) ۸۰
۲) ۴۰
۳) ۶۰
۴) ۲۰

۸۳- ۱۲۰۰ میلی‌لیتر محلول $A(OH)_2$ با درصد جرمی ۳۵ درصد و چگالی $1/16 g.mL^{-1}$ را تهیه کرده‌ایم. اگر ۲۰۰ میلی‌لیتر از این محلول با ۷۰۰ میلی‌لیتر نیتریک‌اسید (HNO_3) ۴ مولار مطابق واکنش زیر واکنش دهد، در ۲۹ گرم از $A(OH)_2(s)$ خالص چند اتم اکسیژن وجود دارد؟

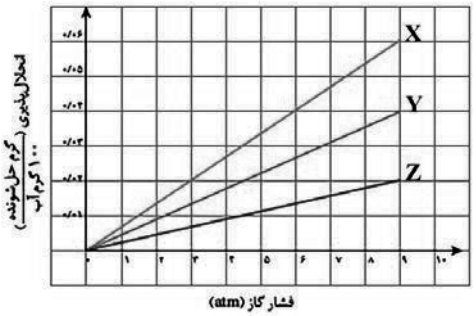
$A(OH)_2(aq) + HNO_3(aq) \rightarrow A(NO_3)_2(aq) + H_2O(l)$ (معادله موازنه شود.)

۱) $3/01 \times 10^{23}$
۲) $6/02 \times 10^{23}$
۳) $6/02 \times 10^{24}$
۴) $3/01 \times 10^{24}$

۸۴- اگر معادلهٔ انحلال‌پذیری نمکی به‌صورت $S = 0/3\theta + 27$ باشد، غلظت محلول سیرشدهٔ این نمک به تقریب در چه دمایی برابر ۸ مولار خواهد بود؟ (جرم مولی نمک را ۵۴ گرم بر مول و چگالی محلول نمک در آن دما را $1/35 g.mL^{-1}$ را در نظر بگیرید.)

۱) ۶۶/۶۷
۲) ۷۶/۶۷
۳) ۶۷/۷۶
۴) ۷۷/۶۶

۸۵- با توجه به نمودار مقابل که تغییر انحلال‌پذیری گازهای NO، N_2 و O_2 را برحسب فشار در دمای $20^\circ C$ نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟



آ) در تقطیر جزء به جزء هوای مایع، گاز Z زودتر از گاز Y از مخلوط جدا می‌شود.

ب)اگر تقریباً در فشار $\frac{a+b}{2}$ اتمسفر، تفاوت غلظت مولی محلول‌های سیرشده گازهای NO و O_2، برابر ۳/۷۵ میلی‌مول بر لیتر باشد، انحلال‌پذیری گاز N_2 در فشار $a+b$ برابر ۰/۰۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب خواهد بود.(چگالی محلول ها را برابر $1\frac{g}{mL}$ در نظر بگیرید.)

پ) تفاوت انحلال‌پذیری گازهای N_2 و O_2 در دمای $60^\circ C$ و فشار ۴/۵ اتمسفر، بیشتر از ۰/۰۱ گرم است.(تاثیر کاهش دما بر انحلال پذیری دو گاز به یک نسبت فرض شود.)

ت) در فشاری که انحلال‌پذیری گاز NO برابر با ۰/۰۶ گرم است، حداکثر 2×10^{-4} مول گاز O_2 را می‌توان در ۱۶ گرم آب حل کرد.

ث)گاز X دارای مولکول‌های قطبی است و انحلال‌پذیری بیشتری نسبت به همهٔ گازهای ناقطبی دیگر در شرایط یکسان دارد.

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۶- عبارت زیر با چند مورد از مطالب، به درستی تکمیل می‌شود؟ (X، نماد فرضی عنصر است.)

«اگر به‌جای X در واکنش $CH_2=CH_2(g)+X_2(l)\rightarrow$ اتم ..... قرار دهیم در فراوردهٔ حاصل اتم‌های X، H و C به ترتیب ۱، ۱ و ۴ پیوند اشتراکی تشکیل داده و ..... نشانهٔ انجام این واکنش شیمیایی است. همچنین به‌جای اِتن، ..... از ..... استفاده کرد.»

- اکسیژن – آزاد شدن گرما – می‌توان – بوتن
- هیدروژن – ایجاد نور – نمی‌توان – اتان
- برم – تغییر رنگ – می‌توان – پروپن
- ید – تشکیل نمک – نمی‌توان – پنتان

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۷- اگر در واکنش ترمیت: $2Al(s)+Fe_2O_3(s)\rightarrow Al_2O_3(s)+2Fe(l)$، ۱۶۰ گرم Fe_2O_3 ناخالص وارد ظرف واکنش شود و اگر بازده واکنش را از ۶۰% به ۸۰% افزایش داده و همچنین درصد خلوص Fe_2O_3 را ۲۰ واحد کاهش دهیم و بدانیم برای تولید همان مقدار Fe باید جرم Fe_2O_3 مصرفی را ۸۰ گرم افزایش دهیم، درصد خلوص اولیه Fe_2O_3 چقدر بوده است؟

$(Fe=56, Al=27, O=16: g.mol^{-1})$

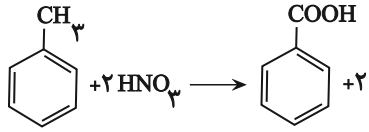
۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

۸۸- در واکنش موازنه نشدهٔ تجزیهٔ پتاسیم نیترات در شرایط STP، اگر سرعت متوسط تولید پتاسیم اکسید در ۵ ثانیهٔ اول برابر $0/16 mol.s^{-1}$، سرعت متوسط واکنش در ۵ ثانیهٔ دوم برابر $3/6 mol.min^{-1}$، سرعت متوسط تولید گاز نیتروژن در ۵ ثانیه سوم برابر $2/24 L.s^{-1}$ و سرعت متوسط مصرف پتاسیم نیترات در ۵ ثانیهٔ چهارم برابر $12/12 g.s^{-1}$ باشد، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در ۲۰ ثانیهٔ اول این واکنش، برابر چند مول بر دقیقه است؟ $(K=39, O=16, N=14: g.mol^{-1})$

$KNO_3(s)\rightarrow K_2O(s)+N_2(g)+O_2(g)$

۱) ۱۳/۵ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶/۵ ۴) ۱۸

۸۹- با توجه به مقادیر داده شده از آنتالپی‌های پیوند و ΔH واکنش (۱)، ΔH واکنش (۲) برابر چند کیلوژول است؟

(۱) 

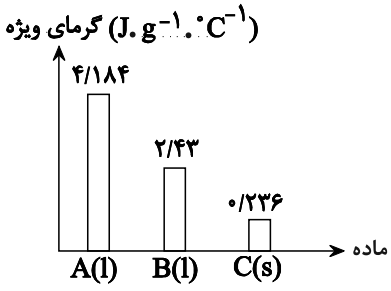
$\Delta H_1 = -۵۱۹\ kJ$

(۲) $CH_4(g) \longrightarrow C(g) + 4H(g) \quad \Delta H_2 = ?\ kJ$

نوع پیوند	C=O	C–O	O–H	N–O	N=O
آنتالپی پیوند ($kJ.mol^{-1}$)	۷۹۹	۳۸۰	۴۶۳	۲۰۱	۶۰۷

۱) ۸۸۰ ۲) ۱۱۰۰ ۳) ۱۲۳۰ ۴) ۱۶۶۰

۹۰- با توجه به نمودار داده شده کدام عبارت درست نیست؟



۱) برای افزایش دمای ۱۰ گرم از مایع A با دمای $10^{\circ}C$ نسبت به مایع B با همین شرایط بیش از ۱/۵ برابر گرما لازم است.

۲) میانگین تندی در ذرات ۲۰۰ گرم مایع B با دمای $72^{\circ}C$ از میانگین تندی در ۲۰۰ گرم مایع A با دمای $70^{\circ}C$ کمتر است.

۳) اگر فلز C با دمای $80^{\circ}C$ به‌طور جداگانه در دو مایع A و B با دمای $20^{\circ}C$ قرار داده شود جنبش نامنظم ذره‌های مایع B بیشتر تغییر می‌کند.

۴) با تغییر جرم نمونه A عدد داده شده در نمودار تغییر نمی‌کند.

۹۱- از سوختن کامل ۷۲ گرم مخلوطی از گازهای متان و اتن در مجموع ۲۲۰ گرم کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. از بسپارش این مخلوط در شرایط مناسب چند گرم پلیمر تولید می‌شود؟ (بازده فرایند بسپارش را ۸۰ درصد در نظر بگیرید و $C=۱۲, H=۱, O=۱۶ : g.mol^{-1}$)

۱) ۲۲/۴ ۲) ۲۸ ۳) ۴۴/۸ ۴) ۵۶

۹۲- با توجه به شکل‌های داده شده که ساختار دو نوع پلی‌اتن را نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟

(a) (b)

۱) در حجم‌های برابر از این دو پلیمر، شمار اتم‌های هیدروژن در پلیمر (a) بیش‌تر است.

۲) در ساختار پلیمر (b)، برخی از اتم‌های کربن، به بیش از دو اتم کربن متصل هستند.

۳) مقایسه چگالی پلیمرهای داده شده و آب به‌صورت «چگالی آب > چگالی b > چگالی a» است.

۴) پلیمر (a) کدر و محکم و پلیمر (b) شفاف و انعطاف‌پذیر است، اما نوع نیروهای بین مولکولی آن‌ها یکسان است.

۹۳- چند مورد از مطالب در مورد ترکیبی با فرمول مولکولی $C_۲H_۶O_۲$ صحیح است؟

آ) هم با بخش قطبی صابون و هم با بخش ناقطبی صابون، دو نوع اتم مشترک دارد.

ب) می‌تواند همانند اوره، محلول در آب است.

پ) همانند صابون، هم در آب و هم در چربی حل می‌شود.

ت) به دلیل تعداد اکسیژن کمتر نسبت به روغن زیتون، محلول در هگزان نیست.

ث) می‌توان آن را ترکیبی الکلی در نظر گرفت که با مولکول‌های آب، جاذبهٔ مناسب برقرار کرده و در آن پخش می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۴- معده یک فرد در حالت استراحت محتوی $۰/۸L$ اسیدی با $pH = ۲/۳$ است. اگر با مصرف $۳۰۰mL$ شیر منیزی با چگالی $۱g.mL^{-۱}$، pH محتویات معده این فرد به اندازه ۰/۸ واحد افزایش یابد، غلظت منیزیم هیدروکسید در این نمونه از شیر منیزی برابر چند ppm است؟ $(Mg = ۲۴, O = ۱۶, H = ۱ : g.mol^{-۱})$ (در اثر اختلاط مخلوط‌ها «حجم خود آنها» دچار تغییر نمی‌شود.)

۱) ۲۵۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۳۵۰ ۴) ۴۰۰

۹۵- اگر pH محلولی از اسید ضعیف HB با $K_a = ۵\times۱۰^{-۵}$ با pH محلول ۰/۰۰۱ مولار هیدروبرمیک‌اسید برابر باشد. غلظت مولار آن تقریباً چند برابر غلظت مولار هیدروبرمیک اسید است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۶۰ ۳) ۴۰ ۴) ۲۰

۹۶- اگر با الکترون‌های مبادله شده در سلول گالوانی روی – آلومینیم بتوانیم انرژی مورد نیاز برای برقکافت آب را تأمین کنیم، در صورتی‌که pH ناحیهٔ آندی در سلول برقکافت آب که حجم نهایی آن برابر با ۴ لیتر است، برابر ۱/۱ شود، میزان جرم فلز مصرفی در ناحیهٔ آندی سلول گالوانی آلومینیم – روی کدام است؟

$(E°(Al^{۳+} / Al) = -۱/۶۶V, E°(Zn^{۲+} / Zn) = -۰/۷۶V)$

$(Al = ۲۷, Zn = ۶۵ : g.mol^{-۱}, \log ۲ \simeq ۰/۳)$

۱) ۲/۸۸ ۲) ۱۰/۴ ۳) ۳/۵ ۴) ۱۱

۹۷- با توجه به نوعی سلول نور الکتروشیمیایی که نیم‌واکنش‌های آن داده شده است، کدام گزینه صحیح است؟

الف) $SiO_۲(s) + ۴H^+(aq) + ۴e^- \rightarrow Si(s) + ۲H_۲O(l) \quad E^\circ = -۰/۸۴V$

ب) $۲H_۲O(l) + ۲e^- \rightarrow H_۲(g) + ۲OH^-(aq) \quad E^\circ = -۰/۸۳V$

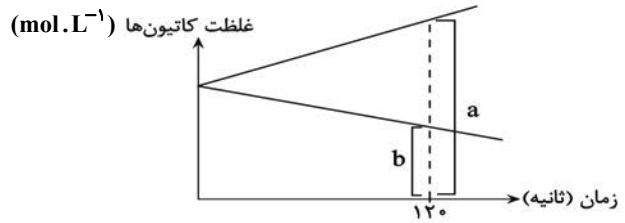
۱) نیم‌واکنش (الف) در کاتد و نیم‌واکنش (ب) در آند این سلول انجام می‌شوند.

۲) با گذر زمان غلظت یون هیدرونیوم در نیم‌واکنش آندی کاهش می‌یابد.

۳) کاغذ pH در اطراف نیم‌واکنش کاتدی به رنگ آبی در می‌آید.

۴) هدف اصلی انجام این واکنش تهیه ماده سیلیسیم است.

۹۸- با به کارگیری دو نیم‌سلول استاندارد یک لیتری، سلول گالوانی $X - Zn$ را تشکیل می‌دهیم، اگر رابطهٔ $۲a = ۳b$ در نمودار زیر برقرار باشد، چند عدد الکترون از ابتدا تا انتهای دقیقهٔ دوم از سیم عبور می‌کند؟ (اندازه شیب نمودارها برابر در نظر گرفته شود) $(E°(Zn^{۲+} / Zn) > E°(X^{n+} / X))$



۱) $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۳}$

۲) $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۲}$

۳) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۳}$

۴) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۲}$

۹۹- با توجه به مقدار E° نیم‌واکنش‌های زیر، کدام گزینه درست است؟ (نیم‌واکنش‌ها موازنه نیستند.)

$$(۱)\ NO_۳^-(aq) + H^+(aq) + e^- \rightarrow NO(g) + H_۲O(l) \qquad E^\circ = ۰/۹۶V$$
$$(۲)\ N_۲(g) + H^+(aq) + e^- \rightarrow N_۲H_۵^+(aq) \qquad E^\circ = -۰/۲۳V$$
$$(۳)\ MnO_۲(s) + H^+(aq) + e^- \rightarrow Mn^{۲+}(aq) + H_۲O(l) \qquad E^\circ = ۱/۲۳V$$

۱) در حضور یون H^+، قدرت اکسندگی گاز نیتروژن از قدرت اکسندگی یون نیترات بیشتر است.

۲) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد و الکترون‌ها در نیم‌واکنش‌های ۱ و ۲ با هم برابر نمی‌باشد.

۳) معادله موازنهٔ نشدهٔ $Mn^{۲+} + H_۲O + N_۲ \rightarrow N_۲H_۵^+ + MnO_۲ + H^+$، نشان‌دهندهٔ یک واکنش خود به خودی است.

۴) emf سلولی که از نیم‌سلول‌های ۱ و ۳ ساخته شده، برابر ۰/۲۷ ولت است.

۱۰۰- با توجه به شکل‌های داده شده که نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی سه مولکول را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ آن‌ها نادرست است؟

(I) (II) (III)

- شکل‌های (I)، (II) و (III) به ترتیب می‌توانند مربوط به مولکول‌های اتین، کربن دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید باشند.
- نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول $OCl_۲$ همانند مولکول (II) است.
- مولکول‌های (I) و (III)، هر دو گشتاور دوقطبی بزرگتر از صفر دارند.
- مولکول (II) برخلاف مولکول (I) در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۳

۱۰۱- مقدار ۳/۹ گرم پودر روی، با ۲ لیتر محلول ۰/۰۲ مول بر لیتر از گونهٔ وانادیم (V) مخلوط می‌گردد. اگر تمام پودر روی در واکنش شرکت کند، رنگ محلول در پایان واکنش، ..... خواهد شد و مجموع ضرایب استوکیومتری در معادله موازنه شده، برابر ..... می‌شود. $(Zn = ۶۵ : g.mol^{-۱})$

۱) بنفش – ۱۰ ۲) سبز – ۱۰

۳) بنفش – ۴ ۴) سبز – ۴

یون	$V^{۲+}$	$V^{۳+}$	$V^{۴+}$	$V^{۵+}$
رنگ محلول	بنفش	سبز	آبی	زرد

۱۰۲- با توجه به جدول زیر که بخشی از عنصرهای جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

A												M	G	J		
B	D										L		Y			
	Z		X													

آ) ترتیب $M > G > Y > J$ را می‌توان به چگالی بار آنیون این چهار عنصر نسبت داد.

ب) ترتیب $D > Z > A > B$ را می‌توان به چگالی بار کاتیون این چهار عنصر نسبت داد.

پ) آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیب یونی حاصل از عناصر A و G، از آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیب یونی حاصل از عناصر B و Y و ترکیب یونی حاصل از عناصر Z و M به ترتیب بیش‌تر و کم‌تر است.

ت) عنصر L رسانای گرما بوده و در اثر ضربه خرد می‌شود.

ث) عنصر X در برابر خوردگی مقاوم است و در ساخت دوچرخه و استنت برای رگ‌های قلب کاربرد دارد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۰۳- در واکنش تعادلی: $2SO_2(g)+O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g) \quad \Delta H<0$ کدام موارد، سبب جابه‌جا شدن تعادل در جهت رفت می‌شود؟

آ) افزایش فشار (در دمای ثابت)

ب) افزایش دما

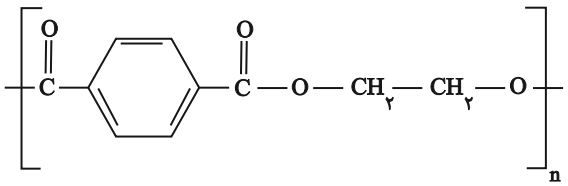
پ) به کار بردن کاتالیزگر

ت) افزایش حجم واکنشگاه

ث) با وارد کردن اکسیژن اضافی به واکنشگاه

۱) آ ، ب ۲) آ ، ث ۳) ب ، پ ، ت ۴) ب ، پ ، ث

۱۰۴- با توجه به ساختار پلیمر داده شده، کدام گزینه دربارهٔ آن نادرست است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$



۱) مونومرهای سازندهٔ آن را می‌توان به‌طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

۲) دی اسید سازندهٔ آن را می‌توان از اکسایش پارازایلن به دست آورد.

۳) تفاوت جرم مولی مونومرهای تشکیل‌دهندهٔ آن برابر ۱۰۴ گرم بر مول است.

۴) یکی از مونومرهای سازندهٔ این پلیمر به عنوان ضدیخ هم به کار می‌رود.

۱۰۵- ۲۸۰۰ گرم گاز نیتروژن را با ۶۰۰ گرم گاز هیدروژن در شرایط بهینهٔ فرایند هابر با هم واکنش داده‌ایم. پس از برقراری تعادل، چند مول آمونیاک در مخلوط تعادلی موجود خواهد بود؟ $(N=14, H=1 : g.mol^{-1})$

۱) ۸۷/۵ ۲) ۹۳/۵ ۳) ۷۹ ۴) ۶۴

دفترچه پاسخ آزمون هدیهٔ ۱۶ تیرماه ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	مهدی براتی-رحمان پوررحیم-سعید تن‌آرا-عادل حسینی-احمدرضا ذاکرزاده- علی ساوجی سیدمبین سیدموسوی-رضا سیدنجفی-نیما کدیوریان-نیما کلانتریان-سیدجواد نظری-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-عادل حسینی-مبشره ضرابیه-رضا عباسی‌اصل-فرشاد فرامرزی مرتضی فهیم‌علوی-محمدابراهیم گیتی‌زاده-نیلوفر مهدوی-امیر وفائی
	فیزیک	دانیال الماسیان-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-علیرضا جباری-امیر جمشید-سیدعلی حیدری-ویدا حیدری محمدعلی راست‌پیمان-محمدجواد سورچی-سعید شرق-معصومه شریعت‌ناصری-حسین عبدوی‌نژاد-پوریا علاقه‌مند محسن قندچلر-بهادر کامران-محمدصادق مام‌سیده-امیرمحمد محسن‌زاده-احمد مرادی‌پور-احسان مطلبی محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-آرش یوسفی
	شیمی	علی افخمی‌نیا-امیرعلی بیات-علی جدی-اسامه جوشن-میرحسن حسینی-علی رحیمی-علیرضا رضایی‌سراب فرزاد رضایی-امید رضوانی-روزبه رضوانی-رضا سلیمانی-مسعود طبرسا-امیرحسین طیبی-سروش عبادی هادی عباسی-مجید غنچه‌علی-میلاد قاسمی-متین قنبری-میثم کیانی-حسین ناصری‌ثانی-فرزاد نجفی‌کرمی محمد نکو-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	حسام نادری	امیرعلی بیات
گروه ویراستاری	مهرداد ملوندی سهیل تقی‌زاده	مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی مهبد خالتی	مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی مهبد خالتی	حسین بصیر زهره آقامحمدی بهنام شاهنی	ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیرمحمد کریمی	امیرمحمد کریمی	حسام نادری	فرزین فتحی
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

برای عبارت $x(2-2^x)$ جدول تعیین علامت زیر را داریم:

		۰		۱	
x	−	۰	+	|	+
$2-2^x$	+	|	+	۰	−
$x(2-2^x)$	−	۰	+	۰	−

پس دامنهٔ تابع بازهٔ $[0,1]$ است.

(حسابان ۱- تابع، توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۴۶، ۷۴ تا ۷۷)

۲- **گزینهٔ «۳»** *(سعید تن‌آرا)*

در معادلهٔ $x^2-3x-5=0$ داریم: $S=3$ و $P=-5$.

حال برای این‌که معادلهٔ مورد نظر گزینه‌ها، دو جواب مثبت داشته باشند، باید سه شرط $\Delta'>0$، $P'>0$ و $S'>0$ برقرار باشد. در گزینهٔ «۱»، $\Delta'<0$ است. در گزینهٔ «۲»، $P'<0$ و در گزینهٔ «۴»، $S'<0$ است. در گزینهٔ «۳» داریم:

$$x^2-5x+3=0 \Rightarrow \begin{cases}\Delta'=13>0\\ P'=3>0\\ S'=5>0\end{cases}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۳- **گزینهٔ «۳»** *(جوانبخش نیکنام)*

$$A=\sqrt{x+3-2\sqrt{x+2}}=\sqrt{x+2-2\sqrt{x+2}+1}=\sqrt{(\sqrt{x+2}-1)^2}$$

$$A=|\sqrt{x+2}-1| \xrightarrow{x=2\sqrt{3}+2} A=|\sqrt{2\sqrt{3}+4}-1|$$

$$=|\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}-1|=|\sqrt{3}+1-1|=\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۴- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تن‌آرا)*

جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی به صورت $a_n=a_1r^{n-1}$ می‌باشد:

$$\Rightarrow \frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\frac{1}{a_5}=\frac{1}{a_1r^2}+\frac{1}{a_1r^3}+\frac{1}{a_1r^4}=\frac{1}{a_1r^2}(1+\frac{1}{r}+\frac{1}{r^2})$$

$$=\frac{1}{a_1r^2}(\frac{r^2+r+1}{r^2})=\frac{1+r+r^2}{a_1r^4}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{1+r+r^2}{a_1r^4}=\frac{21}{4}\Rightarrow 1+r+r^2=\frac{21}{4}a_1r^4 \qquad (I)$$

از طرفی داریم:

$$a_7+a_8+a_9=a_1r^6+a_1r^7+a_1r^8=a_1r^6(1+r+r^2)$$

در نتیجه $a_1r^6(1+r+r^2)=\frac{112}{3}$ است و از تساوی (I) می‌توانیم بنویسیم:

$$a_1r^6(\frac{21}{4}a_1r^4)=\frac{112}{3}\Rightarrow a_1^2r^{10}=\frac{112}{3}\times\frac{4}{21}=\frac{64}{9}$$

$$\Rightarrow (a_1r^5)^2=\frac{64}{9}\xrightarrow{\text{جملات دنباله مثبت است}}a_6=a_1r^5=\frac{8}{3}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۵- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

ابتدا دامنهٔ متغیر x را حساب می‌کنیم.

$$x^4+3x^2-4=(x^2+4)(x^2-1)\geq 0\Rightarrow x^2-1\geq 0$$

$$\Rightarrow x\leq -1 \text{ یا } x\geq 1$$

$$x^3+3x^2-4=(x-1)(x^2+4x+4)=(x-1)(x+2)^2\geq 0$$

$$\Rightarrow x\geq 1 \quad \text{یا} \quad x=-2$$

از اشتراک دو مجموعه به دست آمده، مشخص می‌شود که محدودهٔ قابل قبول برای x مجموعهٔ $[1,+\infty)\cup\{-2\}$ است.

از طرفی تابع f روی بازهٔ $[1,+\infty)$ اکیداً صعودی است؛ زیرا از مجموع دو تابع اکیداً صعودی تشکیل شده است. همچنین $f(1)=0$ و $f(-2)=\sqrt{24}$. بنابراین تابع f در $x=-2$ برابر $\sqrt{24}$ است و در بازهٔ $[1,+\infty)$ مقداری مثل x_0 می‌توان پیدا کرد که $f(x_0)=\sqrt{24}$ شود، این یعنی معادله ۲ جواب حقیقی دارد.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

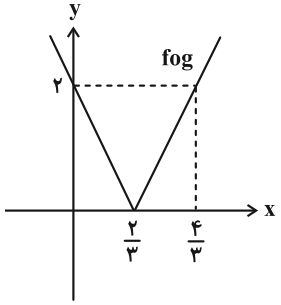
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۶- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی براتی)*

ابتدا با توجه به نمودارها ضابطه‌های $g(x)$ و $fog(x)$ را به دست می‌آوریم.

$$g(x)=a(x-\frac{1}{3})(x-1)\xrightarrow{g(0)=-1}-1=a(-\frac{1}{3})(-1)\Rightarrow a=-3$$

$$\Rightarrow g(x)=-3(x-\frac{1}{3})(x-1)=-3x^2+4x-1$$



می‌دانیم که فرم کلی ضابطهٔ تابع قدرمطلقی fog به صورت $y=|mx+n|$ است. اگر قسمت سمت راست نمودار را در نظر بگیریم یک خط با معادلهٔ $y=3x-2$ می‌باشد (می‌توانیم معادلهٔ خط سمت چپ را هم بنویسیم) بنابراین $(fog)(x)=|3x-2|$ است. با توجه به این‌که $f(x)=\sqrt{ax+b}$ و $(fog)(x)=|3x-2|$ است، داریم:

$$f\big(g(x)\big)=\sqrt{ag(x)+b}=\sqrt{a(-3x^2+4x-1)+b}=|3x-2|$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} -3ax^2+4ax-a+b=9x^2-12x+4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3a=9\Rightarrow a=-3 \\ -a+b=4\Rightarrow 3+b=4\Rightarrow b=1 \end{cases} \Rightarrow a-2b=-3-2=-5$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۷- **گزینهٔ «۲»** *(رضا سیدنبی)*

با توجه به این‌که خط $y=x+2$ نمودار وارون تابع f را بر روی نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم قطع می‌کند. بنابراین:

$$x+2=-x\Rightarrow 2x=-2\Rightarrow x=-1\xrightarrow{y=-x}y=1$$

پس محل برخورد خط $y=x+2$ و وارون تابع f نقطهٔ $(-1,1)$ می‌باشد.

$$\Rightarrow (-1,1)\in f^{-1}\Rightarrow (1,-1)\in f\Rightarrow -1=1-\log_b(b+2)$$

$$\Rightarrow \log_b(b+2)=2\Rightarrow b^2=b+2\Rightarrow b^2-b-2=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=-1 & \text{غ ق ق} \\ b=2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

بنابراین $f(x)=1-\log_2(2x+2)$ است و برای پیدا کردن محل تلاقی با خط $y=2$ داریم:

$$2=1-\log_2(2x+2)\Rightarrow \log_2(2x+2)=-1$$

$$\Rightarrow 2x+2=\frac{1}{2}\Rightarrow x=-\frac{3}{4}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۸- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

به جای این‌که معادلهٔ اصلی را حل کنیم، ابتدا با برابر قرار دادن عبارت $\log_{a+1}(a^2+5)$ با مقادیر گزینه‌ها مقدار a را به دست می‌آوریم، سپس مقدار به دست آمده را در معادله راستی آزمایی می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها:

۱) $\log_{a+1}(a^2+5)=\frac{1}{2}\Rightarrow a^2+5=\sqrt{a+1}$

با رسم نمودار توابع $y=\sqrt{x+1}$ و $y=x^2+5$ متوجه می‌شویم که معادلهٔ اخیر فاقد جواب است.

۲) $\log_{a+1}(a^2+5)=3\Rightarrow a^2+5=(a+1)^3=a^3+3a^2+3a+1$

$$\Rightarrow \underbrace{a^3+2a^2}_{a^2(a+2)}+3a-4=0\Rightarrow a^2=\frac{-3a+4}{a+2}$$

با رسم نمودار توابع $y=x^2$ و $y=\frac{-3x+4}{x+2}$ می‌بینیم که نقطه‌ای به طول $a\in(0,1)$ متقاطع‌اند که این مقدار در معادلهٔ اصلی صدق نمی‌کند.

۳) $\log_{a+1}(a^2+5)=1\Rightarrow a^2+5=a+1$

$\Rightarrow a^2-a+4=0$ منفی است و جواب ندارد Δ

۴) $\log_{a+1}(a^2+5)=2\Rightarrow a^2+5=(a+1)^2=a^2+2a+1$

$\Rightarrow a=2$

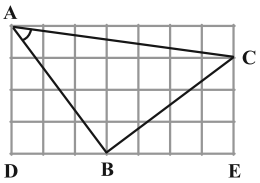
در معادله جای‌گذاری می‌کنیم: $a=2:\log_5 5+\log 10=1+1=2$

در معادله صدق می‌کند.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۹- **گزینهٔ «۳»** *(علی ساوجی)*

پاره‌خط BC را به شکل اضافه می‌کنیم. طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:



$$\overset{\Delta}{BEC}: BC^2=4^2+3^2=25\Rightarrow BC=5$$

$$\overset{\Delta}{ABD}: AB^2=4^2+3^2=25\Rightarrow AB=5$$

$$\overset{\Delta}{AFC}: AC^2=1^2+7^2=50\Rightarrow AC=5\sqrt{2}$$

در نتیجه، $AB=BC$، $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}$ و مثلث ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. بنابراین $\alpha=45^\circ$.

در نتیجه: $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(سیدجواد نظری)*

ابتدا ضابطهٔ تابع داده شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=a+b\sin\pi(cx-\frac{1}{2})=a+b\sin(c\pi x-\frac{\pi}{2})$$

$$=a-b\sin(\frac{\pi}{2}-c\pi x)=a-b\cos(c\pi x)$$

از طرفی طبق شکل دورهٔ تناوب تابع برابر ۴ است. پس:

$$T=\frac{2\pi}{|c\pi|}=4\Rightarrow|c|=\frac{1}{2}$$

چون نمودار داده شده شبیه $-\cos x$ است پس ضریب کسینوس باید منفی باشد. بنابراین $b>0$ و نیز مطابق شکل مقدار max تابع برابر ۴ است. پس:

$$max(f): a+|b|=4\xrightarrow{b>0}a+b=4 \qquad (*)$$

با داشتن $|c|=\frac{۱}{۲}$ و $a=۴-b$، داریم:

$$f(x)=۴-b-b\cos(\frac{\pi}{۲}x)=۴-b\left(۱+\cos(\frac{\pi}{۲}x)\right)$$

و نیز مطابق شکل، تابع از نقطهٔ $(۴\ ,\ -۲)$ عبور می‌کند. بنابراین $f(۴)=-۲$

$$f(۴)=۴-b\left(۱+\underbrace{\cos(۲\pi)}_{۱}\right)=-۲\Rightarrow ۴-b(۲)=-۲\Rightarrow b=۳$$

$$b=۳\xrightarrow{(*)}a=۱\Rightarrow ab+|۲c|=(۱\times ۳)+|۲\times\frac{۱}{۲}|=۳+۱=۴$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(نیما کلانتریان)*

با ضرب طرفین تساوی در $\cos x$ داریم:

$$\sin x\cos x+\cos^۲ x=۱\Rightarrow \sin x\cos x+\cos^۲ x-۱=۰$$

$$\Rightarrow \sin x\cos x-\sin^۲ x=\sin x(\cos x-\sin x)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sin x=۰\Rightarrow x=k\pi\\ \cos x=\sin x\Rightarrow \tan x=۱\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۴}\end{cases}\quad ;\quad k\in\mathbb{Z}$$

که جواب‌های بازهٔ $(۰\ ,\ ۲\pi)$ عبارتند از $\frac{\pi}{۴}$ ، π و $\frac{۵\pi}{۴}$.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(رحمان پوررحیم)*

با جای‌گذاری $x=-\pi$، صورت و مخرج صفر می‌شود و باید عامل صفرکننده را حذف کنیم:

$$\lim_{x\to-\pi}\frac{\cos x(۱+\cos^۳ x)}{۱-\cos^۲ x}$$

$$=\lim_{x\to-\pi}\frac{\cos x(۱+\cos x)(۱-\cos x+\cos^۲ x)}{(۱-\cos x)(۱+\cos x)}$$

$$=\frac{(-۱)(۱+۱+۱)}{۲}=-\frac{۳}{۲}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

تابع f در $x=۲$ فقط از راست پیوسته است. پس برای این‌که تابع $|f|$ در $x=۲$ پیوسته باشد، لازم است که حدهای چپ و راست تابع f در $x=۲$ قرینه یکدیگر باشند:

$$\lim_{x\to۲^-}f(x)=۲+a\quad ,\quad \lim_{x\to۲^+}f(x)=۴+a$$

$$\xrightarrow{\text{پیوستگی }|f|}۲+a=-۴-a\Rightarrow a=-۳$$

در نتیجه $f(x)=x[x]-۳$ و $f(\frac{a}{۲})=f(-\frac{۳}{۲})=۰$ است.

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(نیما کریوریان)*

از آنجایی که حد راست و چپ تابع f در اطراف نقطهٔ $x_۰$ برابر $+\infty$ است. در نتیجه $x_۰$ ریشهٔ مضاعف مخرج است، بنابراین دلتای مخرج باید صفر گردد:

$$۴x^۲-ax+۱=۰\xrightarrow{\Delta=۰}a^۲-۴(۴)(۱)=۰\Rightarrow a^۲=۱۶\Rightarrow a=\pm۴$$

اگر $a=۴$ باشد داریم:

$$۴x^۲-۴x+۱=۰\Rightarrow(۲x-۱)^۲=۰\Rightarrow x_۰=\frac{۱}{۲}$$

در صورتی که طبق شکل $x_۰$ منفی است پس تنها $a=-۴$ قابل قبول است:

$$f(x)=\frac{۳x+b}{(۲x+۱)^۲}\Rightarrow\lim_{x\to x_۰}f(x)\xrightarrow{x_۰=\frac{-۱}{۲}}$$

$$\lim_{x\to\frac{-۱}{۲}}\frac{۳x+b}{(۲x+۱)^۲}=+\infty\Rightarrow ۳x+b=(-۱/۵)+b>۰\Rightarrow b>۱/۵$$

پس مطابق گزینه‌های داده شده، گزینهٔ «۳» درست است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا ذاکرزاده)*

از آنجا که پر توان مخرج $f(x)$ برابر $۲x^۳$ است و $\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=۳$

پس پر توان صورت $f(x)$ برابر $۶x^۳$ است پس $a=۶$ و $n=۳$. حال:

$$f(x)=\frac{۶x^۳+۴x-۱۰}{۲x^۳+۵\sqrt{x}+۳}$$

مقدار $f'(۱)$ را می‌خواهیم، عبارت $۶x^۳+۴x-۱۰$ عامل صفرکننده است و داریم:

$$f'(۱)=(۱۸x^۲+۴)\big|_{x=۱}\times\frac{۱}{(۲x^۳+۵\sqrt{x}+۳)\big|_{x=۱}}=\frac{۲۲}{۱۰}=۲/۲$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت، مشتق؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶ و ۹۲ تا ۹۴)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمبین سیدموسوی)*

ابتدا حاصل حد مورد نظر را می‌یابیم:

$$L=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(3)-f(3-5h)}{2h}$$

$$\overset{HOP}{=\!=}\lim_{h\to 0^+}\frac{-(-5)f'(3-5h)}{2}=\frac{5}{2}f'_-(3) \qquad (*)$$

تابع $[\frac{3x+5}{x-2}]$ به ازای $x=3$ برابر با مقدار صحیح ۱۴ است، همچنین این تابع نزولی بوده و از سمت چپ در $x=3$ پیوسته می‌باشد، بنابراین مشتق چپ این تابع را در این نقطه محاسبه می‌کنیم:

$$f'_-(3)=\left((x^2-5x)[\frac{3x+5}{x-2}]\right)'=\left((x^2-5x)\times 14\right)'$$

$$=14\times\left(x^2-5x\right)'=14\times(2x-5)\overset{x=3}{=\!=}14$$

در نهایت داریم: $\xrightarrow{(*)}L=\frac{5}{2}\times 14=35$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(نیما کریوریان)*

ابتدا طول نقاط اکسترمم را پیدا می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2+kx-4\Rightarrow f'(x)=x^2+2x+k=0$$

$$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4-4k}}{2}=-1\pm\sqrt{1-k}$$

حال اختلاف را برابر ۴ قرار می‌دهیم:

$$(-1+\sqrt{1-k})-(-1-\sqrt{1-k})=2\sqrt{1-k}=4$$

$$\Rightarrow\sqrt{1-k}=2\Rightarrow k=-3$$

در نتیجه داریم: $x_{1,2}=-1\pm\sqrt{1+3}\Rightarrow x_1=1\ ,\ x_2=-3$

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x-4$$

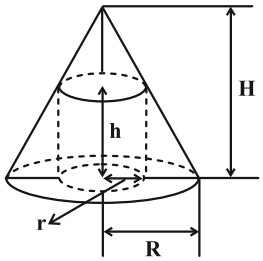
$$\begin{cases} f(1)=\frac{1}{3}+1-3-4=-\frac{17}{3} & \text{مینیمم نسبی} \\ f(-3)=\frac{1}{3}(-3)^3+(-3)^2+9-4=9-4=5 & \text{ماکزیمم نسبی} \end{cases}$$

که نقطهٔ $(-3,5)$ نقطهٔ ماکزیمم نسبی است و فاصلهٔ آن تا مبدأ مختصات برابر است با: $\sqrt{(-3)^2+(5)^2}=\sqrt{34}=\sqrt{17}\times\sqrt{2}$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ r و ارتفاع h در مخروطی به شعاع قاعدهٔ R و ارتفاع H مطابق شکل زیر محاط شده است:



با استفاده از تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{r}{R}=\frac{H-h}{H}=1-\frac{h}{H}\Rightarrow h=H(1-\frac{r}{R})$$

حال رابطهٔ حجم استوانه را می‌نویسیم و رابطهٔ $h=H(1-\frac{r}{R})$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$V=\pi r^2h\Rightarrow V(r)=\pi r^2H(1-\frac{r}{R})=\pi H(r^2-\frac{1}{R}r^3)$$

در جواب معادلهٔ $V'(r)=0$ شعاع قاعدهٔ بزرگ‌ترین استوانه به دست می‌آید:

$$V'(r)=\pi H(2r-\frac{3}{R}r^2)\xrightarrow{V'(r)=0}2r-\frac{3}{R}r^2=0$$

$$\xrightarrow{r\neq 0}r=\frac{2R}{3}$$

در این شرایط حجم بزرگ‌ترین استوانه برابر است با:

$$V_{max}=\pi(\frac{2R}{3})^2(1-\frac{2}{3})H=\frac{4}{27}\pi R^2H$$

از آنجا که حجم مخروط $V_{\text{مخروط}}=\frac{1}{3}\pi R^2H$ است، بزرگ‌ترین استوانه $\frac{4}{9}$ حجم مخروط را دربرمی‌گیرد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

تابع f'' نباید ریشهٔ ساده داشته باشد:

$$f'(x)=mx+m\cos mx\Rightarrow f''(x)=m-m^2\sin mx$$

$$\xrightarrow[m\neq 0]{f''(x)=0}\sin mx=\frac{1}{m}$$

برای این‌که f'' ریشهٔ ساده نداشته باشد، کافی است $\frac{1}{m}$ در بازهٔ $(-1,1)$ نباشد، در نتیجه m باید عضو مجموعهٔ $[-1,1]-\{0\}$ باشد، این یعنی ۲ مقدار صحیح ± 1 برای m قابل قبول است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحهٔ ۱۳۱)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد فرامرزی)*

ارزش گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ تنها در صورتی نادرست است که گزارهٔ $p \wedge q$ درست و گزارهٔ r نادرست باشد. همچنین از درستی گزارهٔ $p \wedge q$، درستی گزاره‌های p و q نتیجه می‌شود. بنابراین گزارهٔ $\sim p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r)$ به ازای مقدم درست است. از بین گزاره‌های داده شده، تنها گزارهٔ $p \wedge \sim r$ دارای ارزش درست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(رضا پورحسینی)*

متمم مجموعهٔ مورد نظر برابر است با:

$$\big((A-B)'-B\big)' = \big((A-B)' \cap B'\big)' \xrightarrow{\text{دمورگان}}$$
$$(A-B) \cup B = A \cup B$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۸)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(مرتضی خویی‌علوی)*

فضای نمونهٔ این آزمایش، شامل حالت‌های انتخاب ۲ دانش‌آموز از میان ۱۲ دانش‌آموز است، بنابراین داریم:

$$n(S) = \binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 6 \times 11$$

پیشامد موردنظر شامل آن است که ابتدا ۲ ردیف از ۳ ردیف به طور تصادفی انتخاب شود و سپس از میان ۴ دانش‌آموز هر کدام از این دو ردیف، یک دانش‌آموز انتخاب گردد. در این صورت داریم:

$$n(A) = \binom{3}{2} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} = 3 \times 4 \times 4$$
$$P(A) = \frac{3 \times 4 \times 4}{6 \times 11} = \frac{8}{11}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(نیلوفر مهدوی)*

$$\bar{x} = \frac{3+4+5+8+10}{5} = 6 \text{ : میانگین جامعه}$$

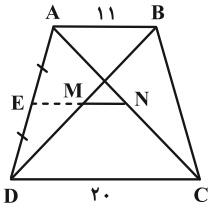
برآورد نقطه‌ای میانگین	نمونهٔ سه‌تایی
۴	۳,۴,۵
۵	۳,۴,۸
۵/۶۷	۳,۴,۱۰
۵/۳۳	۳,۵,۸
۶	۳,۵,۱۰
۷	۳,۸,۱۰
۵/۶۷	۴,۵,۸
۶/۳۳	۴,۵,۱۰
۷/۳۳	۴,۸,۱۰
۷/۶۷	۵,۸,۱۰

بنابراین برآورد نقطه‌ای میانگین ۵ نمونهٔ سه‌تایی از میانگین واقعی کمتر است. اگر پیشامد مورد نظر را با A نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{5}{10} = 0/5$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(رضا عباسی‌اصل)*



فرض کنیم M و N، وسط قطرهای ذوزنقه باشند. امتداد MN، ساق‌های ذوزنقه را در وسط آنها قطع می‌کند و داریم:

$$\overset{\Delta}{ADC} : EN \| DC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AE}{AD} = \frac{EN}{DC} \Rightarrow EN = 10$$

$$\overset{\Delta}{ADB} : EM \| AB \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{DE}{AD} = \frac{EM}{AB} \Rightarrow EM = 5/5$$

و در نتیجه، $MN = 10 - 5/5 = 4/5$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(میشره ضرابیه)*

$$\overset{\Delta}{BEF} : AD \| EF \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{BD}{BF} = \frac{AD}{EF} = \frac{2}{3}$$

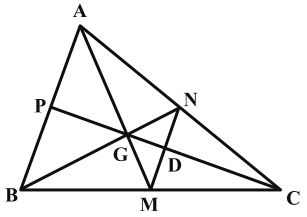
$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{BD}{BF - BD} = \frac{2}{3-2} \Rightarrow \frac{BD}{DF} = 2 \quad (1)$$

$$\overset{\Delta}{CAD} : MF \| AD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{CD}{DF} = \frac{AC}{AM} = \frac{2}{1}$$

$$(1),(2) \Rightarrow \frac{\frac{BD}{DF}}{\frac{CD}{DF}} = \frac{2}{\frac{2}{1}} \Rightarrow \frac{BD}{CD} = 1$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



می‌دانیم از رسم میانه‌های هر مثلث، ۶ مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود، بنابراین داریم:

$$S_{AGN}=\frac{۱}{۶}S_{ABC}$$

$$S_{CNGM}=۲\times\frac{۱}{۶}S_{ABC}=\frac{۱}{۳}S_{ABC}$$

$$\frac{CN}{NA}=\frac{CM}{MB}=۱\xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}}NM\parallel AB$$

نقاط M و N وسط‌های اضلاع BC و AC هستند، پس داریم:

$$\Rightarrow\frac{S_{CNM}}{S_{ABC}}=\left(\frac{CN}{CA}\right)^{۲}=\frac{۱}{۴}$$

$$S_{GNM}=S_{CNGM}-S_{CNM}=\frac{۱}{۳}S_{ABC}-\frac{۱}{۴}S_{ABC}=\frac{۱}{۱۲}S_{ABC}$$

$$\Rightarrow S_{GND}=\frac{۱}{۲}S_{GNM}=\frac{۱}{۲۴}S_{ABC}$$

$$S_{AGDN}=S_{AGN}+S_{GND}=\frac{۱}{۶}S_{ABC}+\frac{۱}{۲۴}S_{ABC}=\frac{۵}{۲۴}S_{ABC}$$

در نتیجه نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت چهارضلعی $AGDN$ برابر $\frac{۲۴}{۵}=۴/۸$ است.

تذکر: طول پاره‌خط‌های ND و DM به‌ترتیب نصف طول پاره خط‌های AP و PB است، پس $ND=DM$ است.

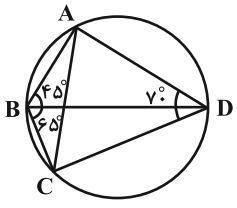
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۷)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(محمدابراهیم کیتی‌زاده)*

صفحهٔ Q را شامل خط $d_۱$ و موازی با صفحهٔ P رسم می‌کنیم. می‌دانیم اگر خطی یکی از دو صفحهٔ موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌نماید، بنابراین خط $d_۲$ صفحهٔ Q را در نقطه‌ای مانند A قطع می‌کند. اگر نقطهٔ A روی خط $d_۱$ باشد ($d_۱$ و $d_۲$ متقاطع باشند)، آنگاه تمامی خطوط گذرنده از نقطهٔ A در صفحهٔ Q (به جز خط $d_۱$) دارای شرایط مسئله هستند یعنی هر دو خط $d_۱$ و $d_۲$ را قطع می‌کنند و با صفحهٔ P موازی‌اند. اگر نقطهٔ A روی خط $d_۱$ نباشد، تمامی خطوط واقع بر صفحهٔ Q که نقطهٔ A را به یکی از نقاط واقع بر خط d وصل می‌کنند، جواب مسئله هستند، پس در هر صورت مسئله دارای بی‌شمار جواب است.

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(رضا عباسی‌اصل)*



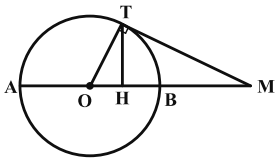
با توجه به اینکه $\widehat{ABC}+\widehat{ADC}=۱۸۰^\circ$، پس چهارضلعی $ABCD$ محاطی است. دایرهٔ محیطی آن را رسم می‌کنیم. داریم:

$$\widehat{CAD}=\widehat{CBD}=\frac{\widehat{CD}}{۲}$$

$$\Rightarrow\widehat{CAD}=۶۵^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۲۷)

۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیر وفائی)*



از نقطهٔ M به مرکز دایره وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا مطابق شکل دایره را در نقاط A و B قطع کند. اگر شعاع دایره را با R نمایش دهیم، داریم:

$$\begin{cases}MO+R=۱۶\\MO-R=۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}MO=۹\\R=۷\end{cases}$$

$$\overset{\Delta}{OTM}:MT^{۲}=MO^{۲}-OT^{۲}=۸۱-۴۹=۳۲\Rightarrow MT=۴\sqrt{۲}$$

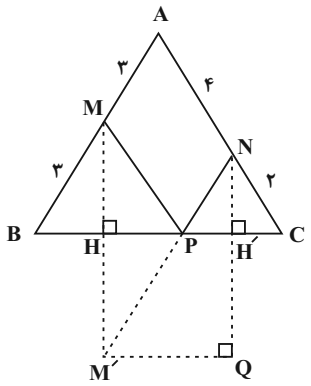
در مثلث قائم‌الزاویهٔ OTM، کوتاه‌ترین ارتفاع، ارتفاع وارد بر وتر، یعنی TH است. طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه OTM داریم:

$$TH\times MO=OT\times MT\Rightarrow TH\times۹=۷\times۴\sqrt{۲}\Rightarrow TH=\frac{۲۸}{۹}\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(فرشاد فرامرزی)*

هریک از زوایای مثلث متساوی‌الاضلاع برابر ۶۰° است، بنابراین داریم:



$$\overset{\Delta}{MHB}:MH=MB\times\sin۶۰^\circ=۳\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\overset{\Delta}{MHB}:BH=MB\times\cos۶۰^\circ=۳\times\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۲}$$

$$\overset{\Delta}{NH'C}:NH'=NC\times\sin۶۰^\circ=۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\sqrt{۳}$$

$$\overset{\Delta}{NH'C}:CH'=NC\times\cos۶۰^\circ=۲\times\frac{۱}{۲}=۱$$

برای یافتن کمترین مقدار $MP+NP$ (طبق مسئله هرون)، ابتدا بازتاب نقطهٔ M نسبت به ضلع BC را به دست می‌آوریم (نقطهٔ M') و سپس این نقطه را به نقطهٔ N وصل می‌کنیم. محل تلاقی پاره‌خط $M'N$ و ضلع BC، همان نقطهٔ مورد نظر (نقطهٔ P) است. مطابق شکل داریم:

$$NQ = NH' + QH' = NH' + MH = \sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$M'Q = HH' = BC - (BH + CH') = 6 - (\frac{3}{2} + 1) = \frac{7}{2}$$

$$\overset{\Delta}{NQM'} : M'N^2 = NQ^2 + M'Q^2 = \frac{75}{4} + \frac{49}{4} = \frac{124}{4} = 31$$

$$\Rightarrow M'N = \sqrt{31}$$

$$MP + NP = M'P + NP = M'N = \sqrt{31}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحهٔ ۵۴)

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

دو مثلث متجانس همواره متشابه‌اند و نسبت تشابه همان نسبت تجانس است. اگر مساحت مجانس مثلث ABC در این تجانس، S' باشد، داریم:

$$\frac{S'}{S} = k^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S' = \frac{1}{9} \quad (*)$$

حال برای محاسبهٔ مساحت مثلث ABC از قضیهٔ هرون کمک می‌گیریم:

$$P = \frac{13+14+15}{2} = 21$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$= \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84$$

$$\xrightarrow{(*)} S' = \frac{1}{9}S = \frac{84}{9} = \frac{28}{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحهٔ ۴۶)

(روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

چون ماتریس A، ماتریسی قطری است، پس درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن برابر صفر هستند. داریم:

$$2b + 1 = 0 \Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$a - 2b = 0 \Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

با جای‌گذاری مقادیر a و b در ماتریس A داریم:

$$A = \begin{bmatrix} c-1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} (c-1)^2 & 0 \\ 0 & (-\frac{1}{2})^2 \end{bmatrix}$$

ماتریس A^2، ماتریسی اسکالر است، پس درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگرند:

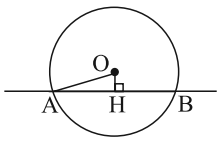
$$(c-1)^2 = (-\frac{1}{2})^2 \Rightarrow \begin{cases} c-1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow c = \frac{1}{2} \\ c-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\max(a+b+c) = -1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 0$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۲۰)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا مرکز و شعاع دایره را تعیین می‌کنیم. داریم:



مرکز دایره: $O(1,1)$

شعاع دایره: $R = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 - 4(-2)} = 2$

$$OH = \frac{|3(1) - 4(1) + 7|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{6}{5}$$

$$\overset{\Delta}{OAH} : AH^2 = OA^2 - OH^2 = 4 - \frac{36}{25} = \frac{64}{25} \Rightarrow AH = \frac{8}{5}$$

قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین داریم:

$$AB = 2AH = 2 \times \frac{8}{5} = \frac{16}{5}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2c}{2a} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{FF'}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow FF' = 6$$

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطهٔ واقع بر بیضی از دو کانون آن برابر طول قطر بزرگ بیضی است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} MF + MF' = 8 \\ MF' - MF = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MF' = 5 \\ MF = 3 \end{cases}$$

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث MFF' داریم:

$$FF'^2 = MF^2 + MF'^2 - 2MF.MF'.\cos\theta$$

$$\Rightarrow 6^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5\cos\theta \Rightarrow 30\cos\theta = -2 \Rightarrow \cos\theta = -\frac{1}{15}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(فرشاد فرامرزی)*

قطرهای متوازی‌الاضلاعی که روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود، بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ هستند، بنابراین داریم:

$$\vec{a} + \vec{b} = (2\vec{i} + \vec{k}) + (3\vec{i} + 2\vec{j}) = 5\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{a}-\vec{b}=(۲\vec{i}+\vec{k})-(۳\vec{i}+۲\vec{j})=-\vec{i}-۲\vec{j}+\vec{k}$$

$$\frac{|\vec{a}+\vec{b}|}{|\vec{a}-\vec{b}|}=\frac{\sqrt{۵^۲+۲^۲+۱^۲}}{\sqrt{(-۱)^۲+(-۲)^۲+۱^۲}}=\frac{\sqrt{۳۰}}{\sqrt{۶}}=\sqrt{۵}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۳۶- **گزینهٔ «۴»** *(فرشاد فرامرزی)*

گزارهٔ «الف»:

$$k=n(n+۱)\Rightarrow ۴k+۱=۴n(n+۱)+۱=۴n^۲+۴n+۱=(۲n+۱)^۲$$

گزارهٔ «ب»: $k=۲n(۲n+۲)\Rightarrow k+۱=۴n^۲+۴n+۱=(۲n+۱)^۲$

گزارهٔ «پ»:

$$k=(۲n+۱)(۲n+۳)\Rightarrow k+۱=۴n^۲+۸n+۴=(۲n+۲)^۲$$

بنابراین هر سه گزاره همواره درست هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۴)

۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(جواد حاتمی)*

$$۶۷x\equiv ۱\overset{۲۱}{\Rightarrow} ۴x\equiv ۱\overset{۲۱}{\equiv} -۲۰\xrightarrow[(۴,۲۱)=۱]{+۴} x\overset{۲۱}{\equiv} -۵$$

$$\Rightarrow x=۲۱k-۵\qquad (k\in\mathbb{Z})$$

$$۱۰\le x\le ۹۹\Rightarrow ۱۰\le ۲۱k-۵\le ۹۹\Rightarrow ۱۵\le ۲۱k\le ۱۰۴$$

$$\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} ۱\le k\le ۴$$

بنابراین معادلهٔ موردنظر، ۴ جواب در مجموعهٔ اعداد طبیعی دو رقمی دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

تعداد یال‌های گراف $K_۴$ برابر ۶ است، پس در صورتی که تعداد یال‌های گراف G از مرتبهٔ ۴ برابر صفر، ۱ یا ۲ باشد، آنگاه $q(G)<q(\overline{G})$ است. تعداد زیرگراف‌های مرتبهٔ ۴ در این حالت برابر است با:

$$\underset{\text{دارای دو یال}}{\binom{۶}{۰}}+\underset{\text{دارای یک یال}}{\binom{۶}{۱}}+\underset{\text{بدون یال}}{\binom{۶}{۲}}=۱+۶+۱۵=۲۲$$

تعداد یال‌های گراف $K_۳$ برابر ۳ است، پس در صورتی که تعداد یال‌های گراف G از مرتبهٔ ۳ برابر صفر یا ۱ باشد، آنگاه $q(G)<q(\overline{G})$ است. تعداد زیرگراف‌های مرتبهٔ ۳ در این حالت برابر است با:

$$\underset{\text{دارای یک یال}}{\binom{۴}{۳}}\times\left(\underset{\text{بدون یال}}{\binom{۳}{۰}}+\underset{\text{انتخاب ۳ رأس از ۴ رأس}}{\binom{۳}{۱}}\right)=۴(۱+۳)=۱۶$$

تعداد یال‌های گراف $K_۴$ برابر ۱ است، پس در صورتی که تعداد یال‌های گراف G از مرتبهٔ ۲ برابر صفر باشد، آنگاه $q(G)<q(\overline{G})$ است. تعداد زیرگراف‌های مرتبهٔ ۲ در این حالت برابر است با:

$$\underset{\text{بدون یال}}{\binom{۴}{۲}}\times\underset{\text{انتخاب ۲ رأس از ۴ رأس}}{\binom{۲}{۰}}=۶\times ۱=۶$$

بنابراین تعداد زیرگراف‌های مورد نظر برابر است با:

$$۲۲+۱۶+۶=۴۴$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به وجود ۳ در سطر سوم و ۴ در ستون دوم، x نمی‌تواند ۳ یا ۴ باشد. از طرفی اگر $x=۲$ باشد، آنگاه درایه‌های واقع در سطر اول ستون چهارم و سطر سوم ستون دوم در مربع لاتین A برابر ۲ و در مربع لاتین B نیز برابر ۲ است که خلاف متعامد بودن این دو مربع لاتین است، پس $x=۱$ است. با توجه به شرط متعامد بودن این دو مربع می‌توان سطر دوم و ستون‌های دوم و چهارم مربع لاتین B را به طور کامل پر کرد و در نتیجه مربع زیر حاصل می‌شود. با توجه به وجود ۱ و ۳ در سطر چهارم، y باید یکی از مقادیر ۲ یا ۴ را داشته باشد ولی اگر $y=۴$ باشد، آنگاه درایه‌های سطر اول ستون دوم و سطر چهارم ستون سوم در مربع لاتین A برابر ۴ و در مربع لاتین B نیز برابر ۴ است که خلاف متعامد بودن این دو مربع است، پس y لزوماً برابر ۲ و در نتیجه $x+y=۳$ است.

۳	۴	۱	۲
۱	۲	۳	۴
	۱		۳
	۳	y	۱

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(جواد حاتمی)*

از فرض سؤال نتیجه می‌گیریم که هر سه مجهول $x_۱$، $x_۲$ و $x_۳$ باید عددی فرد باشند. با فرض $x_i=۲k_i-۱\quad (۱\le i\le ۳)$ داریم:

$$(۲k_۱-۱)+(۲k_۲-۱)+(۲k_۳-۱)=۱۵\Rightarrow k_۱+k_۲+k_۳=۹$$

تعداد جواب‌های مورد نظر سؤال برابر تعداد جواب‌های طبیعی معادلهٔ اخیر است که تعداد آن برابر است با:

$$\binom{۹-۱}{۳-۱}=\binom{۸}{۲}=۲۸$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

فیزیک

۴۱- **گزینهٔ «۱»** *(پوریا علاقه‌منر)*

ابتدا مختصات دو نقطهٔ موجود روی نمودار را می‌نویسیم:

$$t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 4m \quad , \quad t_2 = 8s \Rightarrow x_2 = 12m$$

چون نمودار مکان- زمان به صورت یک خط راست است، متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند و برای معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{\text{جایگذاری مختصات}}$$

$$(1)\begin{cases} 4 = 2v + x_0 & \times -1 \\ 12 = 8v + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 = -2v - x_0 \\ 12 = 8v + x_0 \end{cases}$$

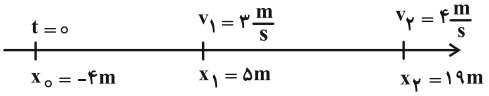
$$8 = 6v \Rightarrow v = \frac{4}{3}\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{(1)} 4 = 2\times\frac{4}{3} + x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{12}{3} - \frac{8}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{4}{3}m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(آرش یوسفی)*

در ابتدا نوع حرکت متحرک را روی محور x رسم می‌کنیم:



طبق رابطهٔ $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$ مقادیر سرعت اولیه و شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16 - 9 = 2a(19-5) \Rightarrow a = 0/25\frac{m}{s^2}$$

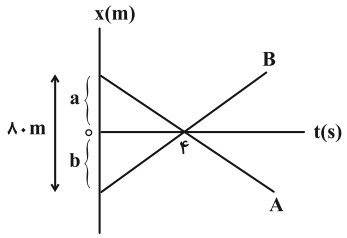
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 9 - v_0^2 = 2(0/25)(5-(-4))$$

$$\Rightarrow 9 - v_0^2 = 4/5 \Rightarrow v_0^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمدصادق مام‌سیره)*

اگر فاصلهٔ متحرک A و B در لحظهٔ $t = 0$ تا مبدأ مکان را به ترتیب a و b بنامیم می‌توان نوشت:



$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{100-75}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$v_A = \frac{1}{4}v_B \Rightarrow |v_A| = \frac{1}{4}|v_B|$$

اما اندازهٔ شیب نمودار همان تندی متحرک‌ها است و داریم:

$$\frac{a}{4} = \frac{1}{4}\frac{b}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}b$$

$$\begin{cases} a + b = 80 \\ a = \frac{1}{4}b \end{cases} \Rightarrow \frac{5b}{4} = 80 \Rightarrow b = 64m \ , \ a = 16m$$

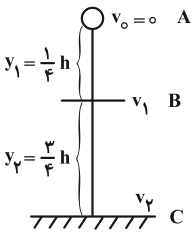
$$x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = \frac{64}{4}t - 64 \Rightarrow x_B = 16t - 64$$

$$\xrightarrow{t=6} x_B = 16(6) - 64 = 32m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

با توجه به اطلاعات مسئله می‌توانیم سرعت v_1 را به‌دست آوریم.



$$s_{av,AB} = \frac{0 + v_1}{2} \Rightarrow 20 = \frac{v_1}{2} \Rightarrow v_1 = 40\frac{m}{s}$$

گام دوم باید رابطهٔ بین $\Delta t_{AB} = t_1$ و $\Delta t_{کل}$ را به‌دست آوریم.

$$\begin{cases} y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow \frac{1}{4}h = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow t = 2t_1$$

حال می‌توان سرعت v_2 را به‌دست آورد:

$$v_1 = gt_1 \Rightarrow 40 = 10t_1 \Rightarrow t_1 = 4s$$

$$v_2 = g(t) = g(2t_1) = 10\times(2\times4) = 80\frac{m}{s}$$

تندی متوسط در کل مسیر به این صورت محاسبه می‌شود:

$$s_{av} = \frac{v_2 + v_0}{2} = \frac{80+0}{2} = 40\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی حیدری)*

زمانی که $f_D = ۸۰۰N$ می‌شود و جسم به تندی حدی می‌رسد؛ یعنی:

$$mg = f_D = ۸۰۰N \Rightarrow ۸۰۰ = m \times ۱۰ \Rightarrow m = ۸۰kg$$

حال در لحظهٔ $t = ۲s$ ثانیه داریم:

$$mg - f_D = ma \Rightarrow ۸۰۰ - ۶۰۰ = ۸۰a \Rightarrow a = \frac{۲۰۰}{۸۰} = ۲/۵ \frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۳، ۳۶ و ۳۷)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمود منصوری)*

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k \times mg = ۰/۳ \times ۲ \times ۱۰ = ۶N$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{a=۰} F = f_k = ۶N$$

$$F = kx \Rightarrow ۶ = k \times \frac{۲}{۱۰} \Rightarrow k = ۳۰ \frac{N}{m}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۴)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین برادران)*

در ابتدا که جسم با تکانهٔ ثابت در حال حرکت است برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.

$$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = ۰$$

برایند نیروهای وارد برجسم را در حالت جدید به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}'_۱ + \vec{F}'_۲ + \vec{F}_۳ \xrightarrow[\vec{F}'_۲ = -\frac{\vec{F}_۲}{۲}]{\vec{F}'_۱ = -\frac{\vec{F}_۱}{۲}} \vec{F}_{net} = -\frac{\vec{F}_۱}{۲} - \frac{\vec{F}_۲}{۲} + \vec{F}_۳$$

$$\xrightarrow{\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = -\vec{F}_۳} \vec{F}_{net} = \frac{\vec{F}_۳}{۲} + \vec{F}_۳ = \frac{۳}{۲}\vec{F}_۳$$

$$\xrightarrow{\vec{F}_۳ = ۱۲(N)\,\vec{i}} \vec{F}_{net} = ۱۸(N)\,\vec{i}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ تغییرات تکانه و نیرو داریم:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \xrightarrow[\vec{p}_۱ = -۱۵(\frac{kg.m}{s})\,\vec{i}]{\Delta \vec{p} = \vec{p}_۲ - \vec{p}_۱ \ , \ \Delta t = ۴s \ , \ \vec{F}_{net} = ۱۸(N)\,\vec{i}}$$

$$۷۲\,\vec{i} = \vec{p}_۲ + ۱۵\,\vec{i} \Rightarrow \vec{p}_۲ = ۵۷(\frac{kg.m}{s})\,\vec{i}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۴۸- **گزینهٔ «۱»** *(بهادر کامران)*

با توجه به رابطهٔ شتاب جاذبه در سطح یک سیاره خواهیم داشت:

$$(۱)\ g = \frac{GM}{R^۲}$$

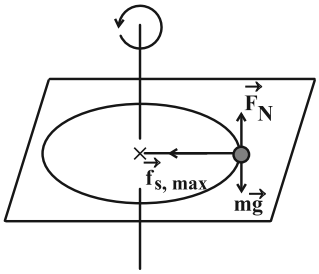
$$(۲)\ \rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳} \Rightarrow M = \frac{۴}{۳}\pi \rho R^۳$$

$$\xrightarrow{(۱)\ ,\ (۲)} g = \frac{G(\rho \times \frac{۴}{۳}\pi \rho R^۳)}{R^۲} \Rightarrow g = \frac{G\rho ۴\pi R}{۳} = \frac{۴}{۳}\pi G \rho R$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحهٔ ۵۲)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

عاملی که موجب می‌شود مهره روی صفحه نلغزد مؤلفهٔ افقی نیرویی است که سطح تماس به جسم وارد می‌کند، چون این نیرو بیشینه است، نیروی اصطکاک هم بیشینه است. پس نیروی مرکزگرا، همان نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است.



$$F = \frac{mv^۲}{R} \Rightarrow f_{s,max} = \frac{mv^۲}{R} \Rightarrow \mu_s F_N = \frac{mv^۲}{R}$$

$$\mu_s mg = \frac{mv^۲}{R} \Rightarrow ۰/۴ \times ۱۰ = \frac{v^۲}{۳۶ \times ۱۰^{-۲}}$$

$$۰/۴ \times ۱۰ \times ۳۶ \times ۱۰^{-۲} = v^۲ \Rightarrow v = ۲ \times ۶ \times ۱۰^{-۱} = ۱/۲ \frac{m}{s}$$

چون مهره نسبت به صفحه ساکن است، پس تندی مهره و صفحه برابرند:

$$v_m = ۱/۲ \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۵۰- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی نکوئیان)*

با توجه به رابطهٔ بیشینه اندازهٔ تکانه داریم:

$$p_{max} = mv_{max} \xrightarrow[m = ۸۰g = ۸ \times ۱۰^{-۲}kg]{p_{max} = ۴ \times ۱۰^{-۳}kg.\frac{m}{s}} ۴ \times ۱۰^{-۳} = ۸ \times ۱۰^{-۲} v_{max}$$

$$\Rightarrow v_{max} = ۵ \times ۱۰^{-۲} \frac{m}{s}$$

از طرفی طبق رابطهٔ بیشینهٔ تندی در حرکت هماهنگ ساده و بسامد زاویه‌ای آونگ ساده کم‌دامنه داریم:

$$v_{max} = A\omega$$

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}\Rightarrow v_{max}=A\sqrt{\frac{g}{L}}\xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}\ ,\ L=۴۰cm=۴\times۱۰^{-۱}m]{v_{max}=۵\times۱۰^{-۲}\frac{m}{s}}$$

$$۵\times۱۰^{-۲}=A\sqrt{\frac{۱۰}{۴\times۱۰^{-۱}}}\Rightarrow A=۱۰^{-۲}m=۱cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمود منصوری)*

بررسی موارد:

الف) درست؛ با انتشار موج، ذرهٔ a از نقطهٔ تعادل دور می‌شود و چون تندی آن در حال کاهش است، پس نوع حرکت کندشونده است.

ب) درست؛ ذرهٔ c در نقطهٔ تعادل قرار دارد. از این‌رو، تندی آن بیشینه و بنابراین انرژی جنبشی آن نیز بیشینه است.

پ) نادرست؛ جهت شتاب همواره به سمت نقطهٔ تعادل است. ذره در نقطهٔ b در حال نزدیک شدن به مبدأ است و مکان آن منفی است. پس بردار شتاب در جهت مثبت محور y است.

ت) درست؛ در نقطهٔ d، ذره در حال دور شدن از وضع تعادل است، یعنی تندی آن در حال کاهش است، پس انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(محمود منصوری)*

$$I=\frac{P_{av}}{A}=\frac{P_{av}}{۴\pi r^{۲}}\xrightarrow{\text{توان چشمه ثابت مانده است}}\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^{۲}$$

$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}\Rightarrow ۸۱-۴۹=۱۰\log(\frac{r_۱}{r_۲})^{۲}$$

$$\Rightarrow ۱/۶=\log(\frac{r_۱}{r_۲})\Rightarrow ۱+۰/۶=\log(\frac{r_۱}{r_۲})$$

$$\Rightarrow ۱+(۲\times۰/۳)=\log(\frac{r_۱}{r_۲})\Rightarrow \log۱۰+۲\log۲=\log۴۰=\log(\frac{r_۱}{r_۲})$$

$$\Rightarrow \frac{r_۲}{r_۱}=\frac{۱}{۴۰}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیر جمشیر)*

در محیط B فاصلهٔ جبهه‌های موج بیشتر است پس طول‌موج بیشتر است. بسامد موج به چشمه بستگی دارد پس تغییر نمی‌کند و ثابت است. چون محیط B طول‌موج بیشتری دارد پس موج در این محیط تندی بیشتری دارد و عمق آب نیز بیشتر است.

$$\lambda_B>\lambda_A$$

$$f_B=f_A$$

$$v_B>v_B$$

$$D_B>D_A$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۵۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمدکاظم منشادی)*

(انتقال از ۶ به ۲) ⇒ کمترین طول‌موج مرئی رشتهٔ بالمر

$$\Rightarrow \frac{۱}{\lambda_۱}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow \frac{۱}{\lambda_۱}=\frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲^{۲}}-\frac{۱}{۶^{۲}})$$

$$\Rightarrow \lambda_۱=۴۵۰nm$$

(انتقال از ۴ به ۳) ⇒ بلندترین طول‌موج رشتهٔ پاشن

$$\Rightarrow \frac{۱}{\lambda_۲}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow \frac{۱}{\lambda_۲}=\frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۳^{۲}}-\frac{۱}{۴^{۲}})$$

$$\Rightarrow \lambda_۲=\frac{۱۴۴۰۰}{۷}nm$$

$$\lambda_۲-\lambda_۱=\frac{۱۴۴۰۰}{۷}-۴۵۰=\frac{۱۴۴۰۰-۳۱۵۰}{۷}=\frac{۱۱۲۵۰}{۷}nm$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۵۵- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

در واپاشی β^-، یک نوترون درون هسته، به پروتون و الکترون تبدیل می‌شود. طبق فرایند واپاشی β^- داریم: $^{A}_{Z}X\Rightarrow {}^{A}_{Z+۱}Y+{}^{۰}_{-۱}e^{-}$

مطابق شکل داده شده، تعداد نوترون‌های هستهٔ دختر برابر ۱۲۵ و تعداد پروتون‌های آن برابر ۸۲ است. بنابراین داریم:

$$A=۱۲۵+۸۲=۲۰۷$$

$$Z+۱=۸۲\Rightarrow Z=۸۱$$

بنابراین نسبت $\frac{A}{N}$ برای هستهٔ مادر برابر است با:

$$\frac{A}{N}=\frac{A}{A-Z}=\frac{۲۰۷}{۲۰۷-۸۱}=\frac{۲۰۷}{۱۲۶}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۵)

۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(دانیال الماسیان)*

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) نادرست؛ در گسیل خودبه‌خودی فوتون در جهت کاتوره‌ای گسیل می‌شود.

۲) نادرست؛ در گسیل القایی با هر فوتون ورودی، دو فوتون خارج می‌شود.

۳) درست؛ متن کتاب درسی عیناً در گزینهٔ «۳» دیده می‌شود.

۴) نادرست؛ در گسیل القایی فوتون‌هایی که باریکهٔ لیزری را ایجاد می‌کنند هم‌بسامد، هم‌جهت و هم‌فاز هستند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۳۲ و ۱۳۳)

۵۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمد محسن‌زاده)*

$$F_{21}=F_{41}=F_{12}=F_{32}=\frac{k\times 50\times 10^{-12}}{a^2}$$

$$F'=F''=\sqrt{2}F_{21}=\frac{50\sqrt{2}\times 10^{-12}k}{a^2}$$

$$F_{31}=\frac{k\times 25\times 10^{-12}}{2a^2}$$

$$F_1=F'-F_{31}=\frac{k\times 10^{-12}}{a^2}(50\sqrt{2}-\frac{25}{2})$$

$$F_{42}=\frac{k\times 100\times 10^{-12}}{2a^2}$$

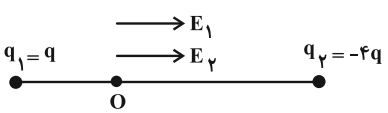
$$F_2=F'-F_{42}=\frac{k\times 10^{-12}}{a^2}(50\sqrt{2}-50)$$

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{50\sqrt{2}-\frac{25}{2}}{50\sqrt{2}-50}=\frac{57/5}{20}=\frac{23}{8}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(سعید شرق)*

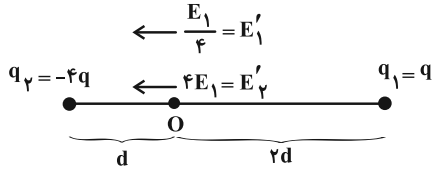
ابتدا میدان اولیه را در نقطهٔ O باید محاسبه کنیم و داریم:



$$\left.\begin{array}{l} E_1=k\frac{q}{d^2} \\ E_2=k\frac{4q}{(2d)^2}=k\frac{q}{d^2}\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{پس}} E_1=E_2$$

$$E=E_1+E_2=2E_1$$

بعد از جابه‌جا شدن بارها داریم:



$$E'_T=E'_1+E'_2\Rightarrow E'_T=\frac{E_1}{4}+4E_1=\frac{17}{4}E_1$$

$$|\frac{E'}{E}|=\frac{\frac{17}{4}E_1}{2E_1}=\frac{17}{8}$$

چون جهت میدان نیز عوض شده $\Rightarrow \frac{\vec{E}'}{\vec{E}}=-\frac{17}{8}$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۵۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمود منصوری)*

$$C_1=\kappa_1\varepsilon_0\frac{A_1}{d_1}\Rightarrow C_1=5\times 9\times 10^{-12}\times\frac{40\times 10^{-4}}{5\times 10^{-3}}$$

$$=36\times 10^{-12}F=36pF$$

$$C_2=\kappa_2\varepsilon_0\frac{A_1}{d_2}\Rightarrow C_2=1\times 9\times 10^{-12}\times\frac{40\times 10^{-4}}{2\times 10^{-3}}$$

$$=18\times 10^{-12}F=18pF$$

با توجه به مقدار به دست آمده ظرفیت خازن $18pF$ کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمدجواد سورچی)*

می‌دانیم آمپرساعت یک باتری، بار ذخیره شده در باتری را نشان می‌دهد؛

بنابراین طبق رابطهٔ $I_{av}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ داریم:

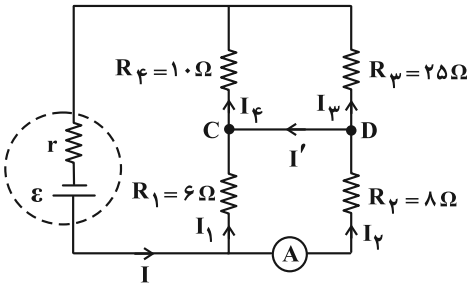
$$I_{av}=\frac{\Delta q}{\Delta t}\xrightarrow{I_{av}=0/2mA\ ,\ \Delta q=1800mAh}0/2mA=\frac{1800mAh}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t=\frac{1800}{0/2}h=9000h\Rightarrow \Delta t=9000h\times\frac{\text{روز }1}{24h}=\text{روز }375$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۶۱- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است:



$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow I_۱R_۱ = I_۲R_۲ \xrightarrow{I_۲=۳A}$$

$$I_۱ \times ۶ = ۳ \times ۸ \Rightarrow I_۱ = ۴A$$

$$\Rightarrow I = I_۱ + I_۲ = ۴ + ۳ = ۷A$$

مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ نیز موازی‌اند. پس جریان $۷A$ به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها، بین آن‌ها تقسیم می‌شود:

$$\begin{cases} R_۳I_۳ = R_۴I_۴ \\ I_۳ + I_۴ = I \end{cases} \Rightarrow R_۳I_۳ = R_۴(I - I_۳)$$

$$\Rightarrow I_۳ = \left(\frac{R_۴}{R_۳ + R_۴}\right)I = \frac{۱۰}{۳۵} \times ۷ = ۲A$$

در نتیجه جریان I' برابر است با:

$$I_۲ = I' + I_۳ \Rightarrow ۳ = I' + ۲ \Rightarrow I' = ۱A$$

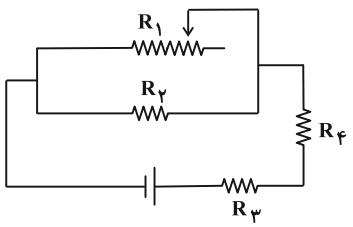
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(ویدا حیدری)*

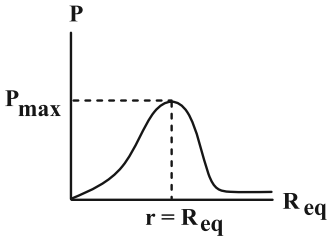
با حرکت دادن لغزندهٔ رئوستا به طرف راست، مقدار مقاومت $R_۱$ افزایش می‌یابد، در نتیجه R_{eq} نیز افزایش یافته است و این اتفاق سبب کاهش جریان الکتریکی می‌شود.

$$R_۱ \uparrow \Rightarrow R_{eq} \uparrow \Rightarrow \downarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq} \uparrow}$$

$$\Rightarrow P_۳ = RI_۳^۲ \downarrow \Rightarrow$$ توان مصرفی مقاومت $R_۳$ کاهش یافته است



همچنین طبق دادهٔ سؤال؛ قبل از شروع تغییرات $R_۱$، مقدار مقاومت درونی باتری با R_{eq} برابر است $(r = R_{eq})$ و در نتیجه توان خروجی بیشینه است به همین علت هرگونه تغییری در مقاومت $R_۱$، سبب کاهش توان خروجی باتری می‌شود:



(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(احسان مطلبی)*

با توجه به معادلهٔ میدان مغناطیسی درون سیملوله، جریان الکتریکی عبوری از آن را به‌دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_۰ NI}{\ell}$$

$$I_T = \frac{B\ell}{\mu_۰ N} = \frac{۳۶ \times ۱۰^{-۴} \times ۱}{۱۲ \times ۱۰^{-۷} \times ۱۰۰۰} = ۳A$$

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی هستند. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.

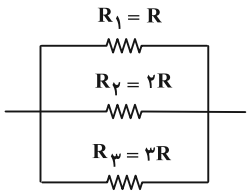
$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow R_۱I_۱ = R_۲I_۲ \Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱} = \frac{I_۱}{I_۲} \Rightarrow \frac{I_۱}{I_۲} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$$

$$\Rightarrow I_۱ = ۲I_۲$$

$$I_۱ + I_۲ = I_T \Rightarrow I_۱ + \frac{۱}{۲}I_۱ = ۳A \Rightarrow I_۱ = ۲A$$

$$P_۱ = R_۱I_۱^۲ = ۵ \times ۲^۲ = ۲۰W$$

نکته: در مقاومت‌های الکتریکی که به صورت موازی بسته می‌شوند، جریان الکتریکی عبوری از هر شاخه، با مقاومت الکتریکی آن شاخه رابطهٔ عکس دارد. به این معنی که اگر مقاومت الکتریکی مربوط به شاخه‌ای بزرگ‌تر باشد، جریان الکتریکی عبوری از آن شاخه کمتر است. مثال:



$$\Rightarrow I_۱ = ۳x(A) \quad , \quad I_۲ = ۲x(A) \quad , \quad I_۳ = x(A)$$

$$I_T = ۶x(A)$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی + مغناطیس؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۴ و ۱۰۰)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(احمد مرادی‌پور)*

با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت $B_۱$ در نقطهٔ O، برون‌سو، جهت $B_۲$ به سمت پایین و جهت $B_۳$ به سمت چپ می‌باشد. یعنی هر ۳ میدان بر هم عمودند. پس برای میدان برایند از قضیهٔ فیثاغورس کمک می‌گیریم:

$$B_T=\sqrt{B_1^2+B_2^2+B_3^2}\Rightarrow 1/3=\sqrt{(0/5)^2+(\frac{3}{4}B_3)^2+B_3^2}$$

$$(1/3)^2=(0/5)^2+\frac{9}{16}B_3^2+B_3^2\Rightarrow 1/69-0/25=\frac{25}{16}B_3^2$$

$$\Rightarrow 1/44=\frac{25}{16}B_3^2\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}1/2=\frac{5}{4}B_3$$

$$\Rightarrow B_3=\frac{4\times 1/2}{5}=0/96\,T$$

$$B_2=\frac{3}{4}B_3=\frac{3}{4}\times 0/96=0/72T$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** (محسن قندچلر)

$$\begin{cases}|\varepsilon|=|N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow Wb=V.s=\frac{J}{C}.s\\ U=\frac{1}{2}LI^2\Rightarrow L=\frac{2U}{I^2}\Rightarrow H=\frac{J}{A^2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{Wb}{H}=\frac{\frac{J.s}{C}}{\frac{J}{A^2}}=\frac{A^2.s}{C}=\frac{A^2}{\frac{C}{s}}=\frac{A^2}{A}=A$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۲۱)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** (حسین عبدوی‌نژاد)

ابتدا در بازهٔ زمانی $7s$ تا $9s$ تغییر میدان مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$t_1=7s: B_1=0/2\sin(\frac{7\pi}{6})=0/2\times(-\frac{1}{2})=-0/1T$$

$$t_2=9s: B_2=0/2\sin(\frac{9\pi}{6})=0/2\times\sin(\frac{3\pi}{2})$$

$$=0/2\times(-1)=-0/2T$$

$$\Delta B=B_2-B_1=-0/2-(-0/1)=-0/2+0/1=-0/1T$$

چون فقط میدان مغناطیسی تغییر کرده، پس داریم:

$$\Delta\Phi=A\,\Delta B\cos\theta=\pi\times(0/1)^2\times(-0/1)\times\cos 0^\circ$$

$$=-10^{-3}\pi Wb\xrightarrow{\pi\simeq 3}\Delta\Phi\simeq -3\times10^{-3}\,Wb$$

$$I_{av}=\frac{-N\Delta\Phi}{R\Delta t}=-\frac{1}{4}\times\frac{-3\times10^{-3}}{2}=\frac{3}{8}\times10^{-3}A$$

$$=3/75\times10^{-4}A$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۶۷- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا جباری)

ابتدا فشار پیمانه‌ای ناشی از آب به ارتفاع $20cm$ را پیدا می‌کنیم.

$$P_g=\rho gh\xrightarrow[g=10\frac{N}{kg},\ h=20cm=0/2m]{\rho=1\frac{g}{cm^3}=10^3\frac{kg}{m^3}}$$

$$P_g=1000\times10\times0/2=2000\,Pa$$

اکنون فشار پیمانه‌ای ناشی از آب و روغن را به دست می‌آوریم:

$$P_g'=P_g+P_{\text{روغن}}=P_g+\frac{mg}{A}$$

$$\xrightarrow[m=36\,g=36\times10^{-3}kg,\ A=30cm^2=30\times10^{-4}m^2]{P_g=2000Pa,\ g=10\frac{N}{kg}}$$

$$P_g'=2000+\frac{36\times10^{-3}\times10}{30\times10^{-4}}=2000+120=2120\,Pa$$

در پایان، درصد تغییر فشار را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_g'-P_g}{P_g}\times100=\frac{2120-2000}{2000}\times100=\frac{120\times100}{2000}=\%6$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** (مسام نادری)

دو نقطهٔ C و D در یک تراز و در یک مایع هستند، پس هم‌فشارند:

$$P_C=P_D\Rightarrow P_C-P_D=0$$

می‌توانیم فشار در نقاط C و D را برحسب فشار نقاط A و B به صورت زیر بنویسیم:

$$\begin{cases}P_C=P_A+\rho_1gh\\ P_D=P_B+\rho_2gh\end{cases}\Rightarrow P_C=P_D\Rightarrow P_A+\rho_1gh=P_B+\rho_2gh$$

$$\Rightarrow P_A-P_B=\frac{5}{2}\rho_1gh-\rho_1gh=\frac{3}{2}\rho_1gh$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** (علیرضا جباری)

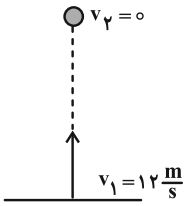
ابتدا انرژی جنبشی گلوله در حالت اول را برحسب m به دست می‌آوریم:

$$K_1=\frac{1}{2}mv_1^2\xrightarrow{v_1=12\frac{m}{s}}K_1=\frac{1}{2}m\times12^2=72m$$

در نقطهٔ اوج نیز تندی گلوله به صفر رسیده و انرژی جنبشی آن نیز صفر می‌شود.

$$K_2=0$$

تا رسیدن به نقطهٔ اوج، دو نیروی وزن و مقاومت هوا، روی این گلوله کار انجام می‌دهند. با استفاده از قضیهٔ کار- انرژی جنبشی می‌توان نوشت:



$$K_2 - K_1 = W_t \xrightarrow{K_2=0} 0 - K_1 = W_{mg} + W_{f_D}$$

$$\Rightarrow -K_1 = -mgh - f_D h \xrightarrow{f_D=0/2mg}$$

$$-K_1 = -mgh - 0/2mgh \xrightarrow{K_1=72m} -72m = -1/2mgh$$

$$\xrightarrow{g=10\frac{N}{kg}} 72 = 1/2\times 10h$$

$$\Rightarrow h = \frac{72}{12} = 6\,m$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** *(حسام نادری)*

می‌دانیم مؤلفه‌ای از نیرو روی جسم کار انجام می‌دهد که هم‌راستا با جابه‌جایی است و مؤلفهٔ عمود بر جابه‌جایی کاری انجام نمی‌دهد. در اینجا جابه‌جایی در جهت $+\vec{i}$ است پس مؤلفه‌های $\vec{i}$ نیروها کار انجام می‌دهند:

$$W_1 = F_{1,x}d = 40\times 5 = 200\,J$$

$$W_2 = F_{2,x}d = 10\times 5 = 50\,J$$

$$W_{کل} = W_1 + W_2 = 200 + 50 = 250\,J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۷۱- **گزینهٔ «۴»** *(حسام نادری)*

به شکل زیر توجه کنید:

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحهٔ ۱۱۱)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسام نادری)*

ابتدا گرمای هر کدام از حالت‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بخار آب } 100^\circ C \rightarrow \text{آب } 100^\circ C \rightarrow \text{آب } 80^\circ C :$$

$$Q_1 = m_1 c_{آب}\Delta\theta_1 + m_1 L_V$$

$$= m_1\times 4200\times 20 + m_1\times 2268000 = 2352000\,m_1$$

$$\text{آب } 40^\circ C \rightarrow \text{آب } 0^\circ C \rightarrow \text{یخ } 0^\circ C \rightarrow \text{یخ } -10^\circ C :$$

$$Q_2 = m_2 c_{یخ}\Delta\theta_2 + m_2 L_F + m_2 c_{آب}\Delta\theta_2'$$

$$= m_2\times 2100\times 10 + m_2\times 336000 + m_2\times 4200\times 40$$

$$= 525000\,m_2$$

طبق صورت سؤال، $Q_1 = 4Q_2$ و داریم:

$$Q_1 = 4Q_2 \Rightarrow 2352000\,m_1 = 4\times 525000\,m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{25}{28}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(حسام نادری)*

ابتدا به جای پیشوند μ مقدارش یعنی 10^{-6} را قرار می‌دهیم تا حاصل برحسب متر شود. برای نمادگذاری علمی عدد را به دو قسمت تبدیل می‌کنیم: قسمت اول عددی بین ۱ تا ۱۰ و قسمت دوم توانی از ۱۰ می‌باشد:

$$8/01\times 10^{-2}\,\mu m\times\frac{10^{-6}\,m}{1\,\mu m} = 8/01\times 10^{-8}\,m$$

$$= 8/01\times 10^{2}\times 10^{-8} = 8/01\times 10^{-6}\,m$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** *(حسام نادری)*

در ضربهٔ تراکم، سوپاپ‌ها بسته‌اند و پیستون بالا می‌آید و مخلوط را متراکم می‌کند.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحهٔ ۱۴۳)

۷۵- **گزینهٔ «۱»** *(ریاضی ۹۸)*

دو حالت اول و دوم را برای حباب درنظر می‌گیریم:

$$(1)\begin{cases} P_1 = 1/8\times 10^5\,Pa \\ V_1 = 1/4\,cm^3 \\ T_1 = 273 + 7 = 280\,K \end{cases}$$

$$(2)\begin{cases} P_2 = 10^5\,Pa \\ V_2 = ? \\ T_2 = 273 + 27 = 300\,K \end{cases}$$

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1/8\times 10^5\times 1/4}{280} = \frac{10^5\times V_2}{300}$$

$$\Rightarrow V_2 = 2/7\,cm^3$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 2/7 - 1/4 = 1/3\,cm^3$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳)

شیمی

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

بررسی داده‌های عبارت:

«آ»: آرایش الکترونی عنصری که در دورهٔ ۴ و گروه ۱۶ قرار دارد:

$$1s^2,2s^2,2p^6,3s^2,3p^6,3d^{10},4s^2,4p^4$$

مجموع شمار الکترون‌ها با $l=0$ و $l=1$ در اتم آن ۲۴ و شمار الکترون‌های با $l=2$ در اتم ۱۰ می‌باشد. $(\frac{24}{10}=2/4)$.

«ب»: آرایش الکترونی عنصری که در دورهٔ ۴ و گروه ۱۱ قرار دارد:

$$1s^2,2s^2,2p^6,3s^2,3p^6,3d^{10},4s^1$$

مجموع شمار الکترون‌های با $l=0$ و $l=1$ در اتم آن ۱۹ و شمار الکترون‌های با $l=2$ در اتم آن ۱۰ می‌باشد $(\frac{19}{10}=1/9)$.

«پ»: آرایش الکترونی عنصری که در دورهٔ ۴ و گروه ۱۷ قرار دارد:

$$1s^2,2s^2,2p^6,3s^2,3p^6,3d^{10},4s^2,4p^5$$

مجموع شمار الکترون‌های با $l=0$ و $l=1$ در اتم آن ۲۵ و شمار الکترون‌های با $l=2$ در اتم آن ۱۰ می‌باشد $(\frac{25}{10}=2/5)$.

«ت»: آرایش الکترونی عنصری که در دورهٔ ۴ و گروه ۶ قرار دارد:

$$1s^2,2s^2,2p^6,3s^2,3p^6,3d^5,4s^1$$

مجموع شمار الکترون‌های $l=0$ و $l=1$ در اتم آن ۱۹ و شمار الکترون‌های با $l=2$ در اتم آن ۵ می‌باشد. $(\frac{19}{5}=3/8)$.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴)

۷۷- **گزینهٔ «۱»** *(علی رحیمی)*

تنها مورد سوم صحیح است.

انتقال شماره ۲ دارای انرژی بیشتر و طول موج کمتر است و انتقال شماره ۱ دارای طول موج بیشتر و انرژی کمتر است.

دقت کنید میزان انرژی آزاد شده به تفاوت سطح انرژی دو لایه وابسته است و ممکن است این اختلاف بین دو لایه با عدد کوانتومی نزدیک‌تر به هم (به عنوان مثال $n=2$ و $n=1$) از اختلاف سطح انرژی بین دو لایه با عددهای کوانتومی اصلی دورتر از هم (به عنوان مثال $n=2$ و $n=6$) بیشتر باشد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود طبرسا)*

$A=n+p$ (عدد جرمی)

ایزوتوپ ۱ $\begin{cases} M_1=18+16=34 \\ F_1=30 \end{cases}$ **ایزوتوپ ۲** $\begin{cases} M_2=16+16=32 \\ F_2=50 \end{cases}$

$$\bar{M}=\frac{M_1F_1+M_2F_2+M_3F_3}{F_1+F_2+F_3}$$

$$\Rightarrow 33/2=\frac{(34\times30)+(32\times50)+(M_3\times20)}{30+50+20}$$

$$33320=1020+1600+20M_3 \Rightarrow M_3=35$$

$$M_3=n_3+p \Rightarrow 35=n_3+16 \Rightarrow n=19$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحهٔ ۱۵)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرعلی بیات)*

بررسی موارد:

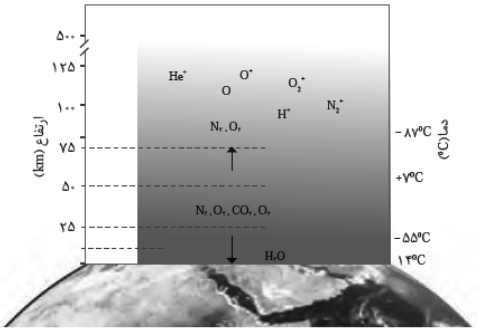
مورد اول: به دلیل جاذبه زمین، گازها در اتمسفر زمین باقی می‌مانند و انرژی جنبشی گازها باعث یکنواخت شدن آنها در اتمسفر می‌شود. (نادرست)

مورد دوم: درست

مورد سوم: در لایه‌های اول و سوم با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌یابد. فشار هوا نیز با افزایش ارتفاع، کم می‌شود. (درست)

مورد چهارم: در لایهٔ تروپوسفر امکان دیده شدن مولکول قطبی H_2O که دارای توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی است، وجود دارد.(درست)

مورد پنجم: مطابق شکل زیر، H^+ گونه‌ای بدون الکترون است که در لایه‌های بالایی هواکره دیده می‌شود اما آنیونی مشاهده نمی‌شود. (نادرست)



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۸۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین طیبی)*

معادله‌های موازنه شده:

$$I)\ 11H_2SO_4+4KMnO_4+10NaH \rightarrow 16H_2O+2K_2SO_4+5Na_2SO_4+4MnSO_4$$

$$II)\ Au+HNO_3+4NaCl \rightarrow NO+2Na_2O+HAuCl_4$$

بررسی عبارت‌ها:

الف) تعداد اتم‌ها در سیلیسیم تترا برمید $(SiBr_4)$ برابر با ۵ است و مجموع ضرایب فراورده‌های واکنش (I) برابر با ۲۷ است. (نادرست)

ب) اکسید بازی موجود در واکنش (II)، Na_2O است که ضریب استوکیومتری آن ۲ می‌باشد. فرمول شیمیایی سیلیس، SiO_2 است. (درست)

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵ و ۵۸ تا ۶۴)

۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(خرزاد رضایی)*

ابتدا واکنش را موازنه و سپس حجم مولی گازها را در شرایط واکنش به‌دست می‌آوریم:

$$۲KMnO_۴(s) \xrightarrow{\Delta} K_۲MnO_۴(s) + MnO_۲(s) + O_۲(g)$$

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_n}{T_۲} \rightarrow \frac{۱\times ۲۲/۴}{۲۷۳} = \frac{۲\times V_n}{۸۱۹} \Rightarrow V_n = ۳۳/۶ \frac{L}{mol}$$

$$LO_۲ \rightarrow ۳۱/۶ gKMnO_۴ \times \frac{۱mol\, KMnO_۴}{۱۵۸g\, KMnO_۴} \times \frac{۱mol O_۲}{۲mol\, KMnO_۴}$$

$$\times \frac{۳۳/۶ LO_۲}{۱mol O_۲} = ۳/۳۶ LO_۲$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(مجید غنچه‌علی)*

فرمول تبدیل عدد گلوکومتر به مولار را بنویسید.

$$\text{گلوکز اولیه } M = \frac{۹۰}{۱۸۰} \times ۱۰^{-۲} = ۵\times ۱۰^{-۳} mol.L^{-۱}$$

$$\text{گلوکز اولیه } mol = ۵\times ۱۰^{-۳} \frac{mol}{L} \times ۵L = ۲۵\times ۱۰^{-۳} mol$$

$$\text{گلوکز مصرفی } mol = ۰/۰۶ molO_۲ \times \frac{۱molC_۶H_{۱۲}O_۶}{۶molO_۲} = ۰/۰۱$$

$$\text{مصرف شده } = ۰/۰۱mol$$

$$\text{درصد گلوکز اکسایش یافته } = \frac{۰/۰۱}{۰/۰۲۵} \times ۱۰۰ = ۴۰\%$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۰)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(رضا سلیمانی)*

ابتدا غلظت مولار محلول $A(OH)_۲$ را محاسبه کنیم:

$$A(OH)_۲(aq) + ۲HNO_۳(aq) \rightarrow A(NO_۳)_۲(aq) + ۲H_۲O(l)$$

$$?mol A(OH)_۲ = ۷۰۰mL \text{ محلول نیتریک‌اسید} \times \frac{۱L}{۱۰۰۰mL}$$

$$\times \frac{۴mol HNO_۳}{۱L \text{ محلول نیتریک اسید}} \times \frac{۱mol A(OH)_۲}{۲mol HNO_۳} = ۱/۴ mol A(OH)_۲$$

$$\Rightarrow M = \frac{n}{V} = \frac{۱/۴mol}{۰/۲L} = ۷mol.L^{-۱}$$

به دو روش می‌توانیم جرم مولی را محاسبه کنیم:

روش اول:

$$?mol A(OH)_۲ = ۱۲۰۰mL \text{ محلول} \times \frac{۱L}{۱۰۰۰mL} \times \frac{۷mol A(OH)_۲}{۱L \text{ محلول}}$$

$$= ۸/۴ mol A(OH)_۲$$

$$\Rightarrow ۱۲۰۰mL \text{ محلول} \times \frac{۱/۱۶g \text{ محلول}}{۱mL \text{ محلول}} \times \frac{۳۵g A(OH)_۲}{۱۰۰g \text{ محلول}}$$

$$\times \frac{۱mol A(OH)_۲}{xg A(OH)_۲} = ۸/۴ mol A(OH)_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۴۸۷/۲g A(OH)_۲}{\text{جرم مولی } A(OH)_۲} = ۸/۴ mol A(OH)_۲$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی } A(OH)_۲ = ۵۸g.mol^{-۱}$$

روش دوم (استفاده از رابطه):

$$M = \frac{۱۰ad}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow ۷ = \frac{۱۰\times ۳۵\times ۱/۱۶}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی } A(OH)_۲$$

$$= ۵۸g.mol^{-۱}$$

تعداد اتم‌های اکسیژن در ۲۹ گرم $A(OH)_۲$ برابر است با:

$$?atom O = ۲۹g A(OH)_۲ \times \frac{۱mol A(OH)_۲}{۵۸g A(OH)_۲}$$

$$\times \frac{۲mol atom O}{۱mol A(OH)_۲} \times \frac{۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳} atom O}{۱mol atom O} = ۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳} atom O$$

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۸۰ ، ۸۱ و ۹۳ تا ۱۰۰)

۸۴- **گزینهٔ «۱»** *(هادی عباسی)*

قدم اول: محاسبه درصد جرمی با استفاده از فرمول زیر:

$$M = \frac{۱۰\times a\times d}{M_W}$$

$$۸ = \frac{۱۰\times a\times ۱/۳۵}{۵۴} \rightarrow a = ۳۲$$

قدم دوم: محاسبه انحلال‌پذیری به کمک درصد جرمی:

$$۳۲ = \frac{S}{۱۰۰+S} \times ۱۰۰ \rightarrow S \simeq ۴۷g$$

قدم سوم: محاسبهٔ دما به کمک معادله داده شده:

$$S = ۰/۳\theta + ۲۷ \rightarrow ۴۷ = ۰/۳\theta + ۲۷ \rightarrow \theta \simeq ۶۶/۶۷^\circ C$$

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸، ۹۹، ۱۰۰ و ۱۰۳)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(سروش عبادی)*

می‌دانیم که در شرایط یکسان، مقایسهٔ انحلال‌پذیری سه گاز به‌صورت زیر است:

$$\text{انحلال‌پذیری}: \underset{\text{گازقطبی}}{NO} > \underset{\substack{\text{گازناقطبی با}\\ \text{جرم‌مولی بیشتر}}}{O_۲} > \underset{\substack{\text{گازناقطبی با}\\ \text{جرم‌مولی کم‌تر}}}{N_۲}$$

پس در نمودار داده شده، خط‌ها از بالا به پایین به ترتیب مربوط به NO، $O_۲$ و $N_۲$ هستند.

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) گازهای Z و Y به ترتیب گازهای $N_۲$ و $O_۲$ هستند. گاز $N_۲$ نقطه جوش پایین‌تری نسبت به گاز $O_۲$ دارد؛ در نتیجه با گرم کردن هوای مایع، زودتر به حالت گازی تبدیل شده و از مخلوط جدا می‌شود.

ب) همان‌طور که در نمودارهای داده شده مشخص است، در فشار ۹ اتمسفر، انحلال‌پذیری $NO(0/06g)$، ۱/۵ برابر انحلال‌پذیری $O_2(0/04g)$ است؛ پس با توجه به خطی بودن نمودارها، می‌توان گفت در هر فشاری، انحلال‌پذیری NO، ۱/۵ برابر O_2 است. حالا رابطهٔ غلظت مولی را برای دو گاز نوشته و تفاوت آن‌ها را برابر $3/75\times10^{-3}$ قرار می‌دهیم:

$$M=\frac{10ad}{\text{جرم مولی}}$$

غلظت مولی O_2 - غلظت مولی N_2

$$=3/75\times10^{-3}=\frac{10S_{(NO)}}{30}-\frac{10S_{(O_2)}}{32}\xrightarrow{S_{(NO)}=1/5S_{(O_2)}}$$

$$3/75\times10^{-3}=\frac{10\times1/5S_{(O_2)}}{30}-\frac{10S_{(O_2)}}{32}$$

$$\Rightarrow 3/75\times10^{-3}=(\frac{16}{32}-\frac{10}{32})S_{(O_2)}\Rightarrow S_{(O_2)}=\frac{32\times3/75\times10^{-3}}{6}$$

$$\xrightarrow{16\times3/75=(16\times3)+(16\times\frac{3}{4})}S_{(O_2)}=\frac{(48+12)\times10^{-3}}{3}$$

$$=20\times10^{-3}=0/02$$

انحلال‌پذیری گاز O_2 در فشار ۴/۵ اتمسفر برابر ۰/۰۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ لذا $\frac{a+b}{2}=4/5$.

$a+b$ اتمسفر، نشان‌دهنده فشار ۹ اتمسفر است که انحلال‌پذیری گاز N_2 در این فشار برابر ۰/۰۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

پ) در دمای $20^\circ C$، اختلاف انحلال‌پذیری گازهای N_2 و O_2 در فشار ۴/۵ اتمسفر، برابر با $0/02-0/01=0/01g$ در ۱۰۰ گرم آب بوده و با افزایش دما و در دمای $60^\circ C$، باید تفاوت انحلال‌پذیری انحلال آنها کاهش یابد. (با فرض یکسان بودن تأثیر کاهش دما بر انحلال‌پذیری این دو گاز)

ت) انحلال‌پذیری گاز NO در فشار ۹ اتمسفر برابر ۰/۰۶ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. در این فشار، حداکثر ۰/۰۴ گرم گاز O_2 را می‌توان در ۱۰۰ گرم آب حل کرد؛ در نتیجه داریم:

$$16g\ \text{آب}\times\frac{0/04gO_2}{100g\ \text{آب}}\times\frac{1molO_2}{32gO_2}=2\times10^{-4}molO_2$$

ث) گاز NO دارای مولکول‌های قطبی است. دقت کنید لزوماً انحلال‌پذیری همهٔ مولکول‌های ناقطبی کمتر از NO نیست!

به عنوان مثال:

گاز CO_2 با اینکه ناقطبی است ولی به دلیل واکنش دادن با مولکول آب و ... انحلال پذیری بیش تری از گاز NO دارد.

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰ و ۱۱۴)

۸۶- **گزینهٔ «۱»** *(میرحسن حسینی)*

فقط مورد سوم درست است.

تنها نافلز مایع، بُرم $Br_2(l)$ است.

$$CH_2=CH_2(g)+X_2(l)\rightarrow \underset{|\quad|}{\underset{X}{CH_2}-\underset{X}{CH_2}}(l)$$

در این واکنش با افزودن گاز اتن به محلول برم فراوردهٔ سیرشدهٔ ۱، ۲- دی‌بروموا‌تان ایجاد می‌شود. این واکنش یکی از روش‌های شناسایی آلکن‌ها از هیدروکربن‌های سیرشده است که طی آن رنگ قرمز از بین می‌رود. همهٔ آلکن‌ها در این واکنش شرکت می‌کنند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۴۰)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد قاسمی)*

$$\text{حالت۱}\begin{cases}160g\ Fe_2O_3\\R_1=60\%\\P_1\end{cases}\qquad \text{حالت۲}\begin{cases}240g\ Fe_2O_3\\R_2=80\%\\P_2=P_1-20\end{cases}$$

راه اول:

$$\text{(حالت۱)}160g\,Fe_2O_3\times\frac{\text{خالص}60}{\text{ناخالص}100}\times\frac{1mol\,Fe_2O_3}{160g\,Fe_2O_3}$$

$$\times\frac{2mol\,Fe}{1mol\,Fe_2O_3}\times\frac{P_1}{100}=0/012P_1$$

$$\text{(حالت۲)}240g\,Fe_2O_3\times\frac{\text{خالص}80}{\text{ناخالص}100}\times\frac{1mol\,Fe_2O_3}{160g\,Fe_2O_3}\times$$

$$\frac{2mol\,Fe}{1mol\,Fe_2O_3}\times\frac{P_1-20}{100}=0/024(P_1-20)$$

$$0/024(P_1-20)=0/012P_1\Rightarrow P_1=40\%$$

راه دوم:

مقدار آهن ثابت باقی‌مانده است پس حاصل‌ضرب این‌ها با هم برابر است.

$$\frac{160\times60\%\times P_1\%}{160}=\frac{240\times80\%\times(P_1-20)\%}{160}\Rightarrow P_1=40\%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(متین قنبری)*

واکنش موازنه شده:

$$4KNO_3(s)\rightarrow 2K_2O(s)+2N_2(g)+5O_2(g)$$

$$\Delta t_1=5s\rightarrow \Delta nO_2=5s\times\frac{0/16molK_2O}{1s}\times\frac{5molO_2}{2molK_2O}=2molO_2$$

$$\Delta t_2(5-10)s\rightarrow \bar{R}\ (\text{واکنش})=\frac{\bar{R}_{O_2}}{5}\rightarrow \bar{R}_{O_2}=5\bar{R}_{(\text{واکنش})}$$

$$=\bar{R}_{O_2}=18mol.min^{-1}$$

$$\Rightarrow \Delta n_{O_2}=5s\times\frac{1min}{60s}\times\frac{18molO_2}{1min}=1/5molO_2$$

$$\Delta t_3=(10-15)s\rightarrow \Delta n_{O_2}=5s\times\frac{2/24LN_2}{1s}$$

$$\times\frac{1\text{mol N}_2}{22/4\text{L N}_2}\times\frac{5\text{mol O}_2}{2\text{mol N}_2}=1/25\text{mol O}_2$$

$$\Delta t_4=(15-20)\text{s}\rightarrow\Delta n_{O_2}=5\text{s}\times\frac{12/12\text{g KNO}_3}{1\text{s}}\times\frac{1\text{mol KNO}_3}{101\text{g KNO}_3}$$

$$\times\frac{5\text{mol O}_2}{4\text{mol KNO}_3}=0/75\text{mol O}_2$$

$$\Rightarrow \text{کل } \Delta n_{O_2}=2+1/5+1/25+0/75=5/5\text{mol O}_2$$

$$=\bar{R}_{O_2}=\frac{5/5\text{mol O}_2}{20\text{s}\times\frac{1\text{min}}{60\text{s}}}=\frac{5/5\text{mol O}_2}{\frac{1}{3}\text{min}}=16/5\text{mol.min}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ و ۸۹ تا ۹۱)

۸۹- **گزینهٔ «۴»** *(اُمید رضوانی)*

ابتدا معادلهٔ آنتالپی را براساس آنتالپی‌های پیوند برای واکنش (۱) می‌نویسیم تا آنتالپی پیوند $C-H$ به‌دست می‌آید.

$$-519=[3(C-H)+2(O-H)+2(N=O)+4(N-O)]$$
$$-[(C=O)+(C-O)+5(O-H)+2(N=O)]$$
$$\Rightarrow -519=3(C-H)+4(N-O)-3(O-H)-(C=O)-(C-O)$$
$$\Rightarrow -519=3(C-H)+4(201)-3(463)-(799)-(380)$$
$$\Rightarrow \Delta H_{C-H}=415\text{kJ.mol}^{-1}$$
$$\Delta H_2=4\Delta H_{C-H}\Rightarrow \Delta H_2=4\times415=1660\text{kJ}$$

در محاسبه آنتالپی واکنش براساس آنتالپی‌های پیوند همیشه پیوند و بخش‌های ساختاری مشترک در ۲ طرف واکنش را از همان ابتدا حذف می‌کنیم.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(فرزاد نبفی‌کرمی)*

با توجه به رابطه $Q=mc\Delta\theta$ عبارت اول درست است. همچنین اعداد داده شده گرمای ویژه را نشان می‌دهند که وابسته به جرم ماده نیست دمای ماده معیاری از میانگین تندی ذرات ماده است و طبق اطلاعات گزینهٔ «۲» دمای مادهٔ B از دمای مادهٔ A بیشتر است. پس گزینهٔ ۲ نادرست است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۸)

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(مجید غنچه‌علی)*

مول متان را x و مول اتن را y در نظر می‌گیریم:

$$\underset{x\text{mol}}{CH_4}+2O_2\rightarrow\underset{x\text{mol}}{CO_2}+2H_2O$$
$$\underset{y\text{mol}}{C_2H_4}+3O_2\rightarrow\underset{2y\text{mol}}{2CO_2}+2H_2O$$
$$16x+28y=72$$
$$(x+2y)\times44=220$$

متان سیرشده است و نمی‌توان از آن پلیمر تهیه کرد.

$$\Rightarrow\begin{matrix}(4x+7y)\times1=18\\(1x+2y)\times-4=(5)\times-4\end{matrix}\Rightarrow\frac{\begin{matrix}4x+7y=18\\-4x-8y=-20\end{matrix}}{-y=-2}\Rightarrow\begin{matrix}x=1\\y=2\end{matrix}$$

⇐ اگر بازده فرایند بسپارش ۱۰۰ درصد باشد از ۲ مول اتن (مونومر یک پلیمر افزایشی) ($2(28)=56\text{g}$) می‌توان ۵۶ گرم پلی‌اتن تولید کرد با توجه به اینکه بازده ۸۰ درصد است پس:

$$\text{جرم پلی‌اتن تولید شده}=56\times\frac{80}{100}=44/8\text{g}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴ و ۱۰۶ و ۱۰۷)

۹۲- **گزینهٔ «۳»** *(سروش عبادی)*

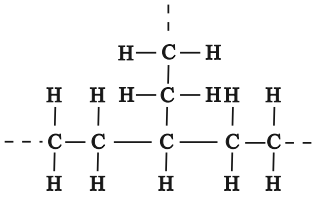
شکل a، پلی‌اتن سنگین یا بدون شاخه و شکل b، پلی‌اتن سبک یا شاخه‌دار را نشان می‌دهد. چگالی پلی‌اتن سنگین ($0/97\text{g.cm}^{-3}$) از چگالی پلی‌اتن سبک ($0/92\text{g.cm}^{-3}$) بیش‌تر است اما چگالی این دو نوع پلی‌اتن، کم‌تر از چگالی آب (تقریباً 1g.cm^{-3}) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: چگالی پلی‌اتن سنگین از چگالی پلی‌اتن سبک بیش‌تر است؛ بنابراین در حجم برابر، جرم پلی‌اتن سنگین بیش‌تر بوده و در نتیجه شمار اتم‌های هیدروژن و کربن در آن بیش‌تر است.

گزینهٔ «۲»: با توجه به اینکه پلی‌اتن سبک، شاخه‌دار است، برخی از اتم‌های کربن در آن با بیش از دو اتم کربن دیگر پیوند دارند:

گزینهٔ «۴»: پلی‌اتن سنگین، کدر و پلی‌اتن سبک، شفاف است. نیروی بین مولکولی در هر دو پلیمر از نوع واندروالسی است؛ اما نیروی بین مولکولی در پلی‌اتن سنگین، قوی‌تر است؛ به همین دلیل پلی‌اتن سنگین، استحکام بیش‌تری نسبت به پلی‌اتن سبک دارد.



پلی اتن سبک

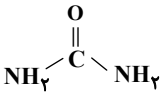
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۹۳- **گزینهٔ «۳»** *(میرحسن حسینی)*

موردهای (آ)، (ب) و (ث) درست هستند.

درستی مورد آ: بخش ناقطبی صابون، دارای اتم‌های کربن و هیدروژن است و در بخش قطبی صابون اتم‌های کربن و اکسیژن وجود دارد.

درستی مورد ب: اوره با فرمول شیمیایی $CO(NH_2)_2$ همانند ترکیب $C_2H_6O_2$ (می‌تواند الکل ۲ عاملی اتیلن‌گلیکول باشد) محلول در آب است.



دارای گروه قطبی هیدروکسیل

دارای پیوند $N-H$ که موجب تشکیل پیوند هیدروژنی می‌شود

نادرستی مورد (پ): برخلاف صابون، محلول در چربی نیست.(به دلیل قطبی بودن)

نادرستی مورد (ت): روغن زیتون، با فرمول شیمیایی $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$ و زنجیرهٔ هیدروکربنی ناقطبی و بزرگتر(در روغن زیتون بخش ناقطبی R غلبه بیشتری دارد) محلول در هگزان است. ترکیب داده شده فاقد زنجیرهٔ کربنی بلند است.

درستی مورد (ث): ترکیب داده شده با آب، جاذبه‌های مناسب از نوع پیوند هیدروژنی برقرار کرده و در آب پخش می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴، ۵ و ۶)

۹۴- **گزینهٔ «۲»** *(امین نوروزی)*

با مصرف این ضد اسید حجم محتویات معده از $۰/۸L$ به $۱/۱L$ و pH آنها از ۲/۳ به ۳/۱ رسیده است.

اولیه $[H^+]=۱۰^{-pH} \Rightarrow [H^+]=۱۰^{-۲/۳} \Rightarrow ۵\times۱۰^{-۳}mol.L^{-۱}$

$$۰/۸L\times\frac{۵\times۱۰^{-۳}mol}{۱L}=۴\times۱۰^{-۳}mol\,H^+$$

نهایی $\left[H^+\right]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۳/۱}=۸\times۱۰^{-۴}mol.L^{-۱}$

$$(۱/۱L \text{ محلول}\times\frac{۸\times۱۰^{-۴}mol}{۱L}=۰/۸۸\times۱۰^{-۳}mol\,H^+)$$

$$\rightarrow \text{مول } H^+ \text{ نهایی}=۴\times۱۰^{-۳}-۰/۸۸\times۱۰^{-۳}=۳/۱۲\times۱۰^{-۴}mol\,H^+$$

$$Mg(OH)_۲+۲HCl\rightarrow MgCl_۲+۲H_۲O$$

طی واکنش $۳/۱۲\times۱۰^{-۳}$ مول از اسید موجود در معده خنثی شده است.

$$gMg(OH)_۲=۳/۱۲\times۱۰^{-۳}molHCl\times\frac{۱mol(OH)_۲}{۲mol\,HCl}$$

$$\times\frac{۵۸g\,Mg(OH)_۲}{۱mol\,Mg(OH)_۲}\simeq۰/۰۹gMg(OH)_۲$$

$$ppm=\frac{\text{گرم حل‌شونده}}{\text{گرم محلول}}\times۱۰^۶\Rightarrow\frac{۰/۰۹}{۳۰۰}\times۱۰^۶=۳۰۰ppm$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸ و ۳۰ و ۳۱ و ۳۲)

۹۵- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود طبرسا)*

ابتدا غلظت یون هیدرونیوم را در محلول HBr تعیین می‌کنیم. باتوجه به اینکه اسید قوی است. داریم:

$$M_{HBr}=۰/۰۰۱mol.L^{-۱}\Rightarrow[H^+]=۱۰^{-۳}mol.L^{-۱}$$

با توجه به اینکه pH و در نتیجه غلظت H^+ در دو محلول برابر است. خواهیم داشت:

$$K_a=\frac{[H^+]^۲}{M_{HB}-[H^+]}\overset{\text{رابطه تقریبی}}{=\!=\!=}K_a=\frac{[H^+]^۲}{M_{HB}}$$

$$\Rightarrow ۵\times۱۰^{-۵}=\frac{(۱۰^{-۳})^۲}{M_{HB}}=M_{HB}=۲\times۱۰^{-۲}mol.L^{-۱}$$

$$\Rightarrow\frac{M_{HB}}{M_{HBr}}=\frac{۲\times۱۰^{-۲}}{۱۰^{-۳}}=۲۰$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(اسامه جوشن)*

ابتدا با استفاده از pH اعلام شده و حجم محلول، به مول‌های یون هیدروژن می‌رسیم:

$$[H^+]=۱۰^{-pH}\rightarrow۱۰^{-۱/۱}=۱۰^{-۲}\times۱۰^{۰/۹}$$

$$=(۱۰^{۰/۳})^۳\times۱۰^{-۲}=۸\times۱۰^{-۲}\frac{mol}{L}$$

$$[H^+]=\frac{n}{V}\rightarrow n=۸\times۱۰^{-۲}\frac{mol}{L}\times۴L=۰/۳۲molH^+$$

در بخش آندی سلول برقکافت آب واکنش موازنه شده زیر اتفاق می‌افتد. با استفاده از این واکنش متوجه میزان مول الکترون‌های مصرفی خواهیم شد.

$$۲H_۲O(l)\rightarrow۴H^+(aq)+۴e^-+O_۲(g)$$

$$\Rightarrow۰/۳۲molH^+\times\frac{۴mole^-}{۴molH^+}=۰/۳۲mole^-$$

طبق پتانسیل‌های کاهشی اعلام شده در صورت سوال، آلومینیم آند و روی کاتد سلول گالوانی خواهد بود. بنابراین نیم واکنش آندی به صورت زیر خواهد بود:

$$Al(s)\rightarrow Al^{۳+}(aq)+۳e^-$$

$$?gAl=۰/۳۲mole^-\times\frac{۱molAl}{۳mole^-}\times\frac{۲۷gAl}{۱molAl}=۲/۸۸gAl$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹ و ۵۴ و ۵۵)

۹۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمّد نکو)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نیم‌واکنش برگشت (الف) به‌صورت زیر در آند رخ می دهد:

$$Si(s)+۲H_۲O(l)\rightarrow SiO_۲(s)+۴H^+(aq)+۴e^-$$

گزینهٔ «۲»: با گذر زمان یون هیدرونیوم در نیم‌واکنش آندی بیشتر تولید شده و غلظت آن بیشتر می‌شود.

گزینهٔ «۳»: نیم‌واکنش (ب) نیم‌واکنش کاتدی بوده و کاغذ شناساگر را به رنگ آبی (محیط قلیایی) در می‌آورد.

گزینهٔ «۴»: هدف اصلی تهیه گاز هیدروژن می‌باشد و اینکه در آند سلول نورالکتروشیمیایی سیلیسیم مصرف می‌شود. نه تولید

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحهٔ ۶۵)

۹۸- **گزینهٔ «۳»** *(علی افخمی‌نیا)*

با توجه به مقایسه E° ها X، آند و Zn کاتد می‌باشد .

از آنجا که شیب افزایش غلظت $[X^{n+}]$ برابر شیب کاهش غلظت $[Zn^{2+}]$ می‌باشد، متوجه می‌شویم که در واکنش کلی ضرایب استوکیومتری برابری دارند.

$$2\times(X \rightarrow X^{n+} + ne^-)$$
$$n\times(Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn)$$
$$2X + nZn^{2+} \rightarrow 2X^{n+} + nZn \qquad \text{واکنش کلی} \rightarrow n = 2$$

واکنش کلی را ساده می‌کنیم:

$$X + Zn^{2+} \rightarrow X^{2+} + Zn$$

برای پیدا کردن رابطهٔ a و b باید غلظت‌های کاتیون‌ها را در لحظهٔ $t = 120s$ بررسی کنیم.

در نیم‌سلول استاندارد، در دمای $25^\circ C$، غلظت کاتیون الکترولیت برابر ۱ مولار می‌باشد.

$$X + Zn^{2+} \rightarrow X^{2+} + Zn$$

مولاریتهٔ اولیه	−	۱	۱	−
تغییرات مولاریته	−	$-x$	$+x$	−
مولاریتهٔ نهایی		$1-x$	$1+x$	

$$\frac{a}{b} = \frac{[X^{2+}]}{[Zn^{2+}]} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{1+x}{1-x} = \frac{3}{2} \rightarrow 2 + 2x = 3 - 3x$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{5} = 0/2$$

حال برای پیداکردن تعداد الکترون باید به یکی از نیم‌واکنش‌ها رجوع کنیم:

$$Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$$

$$\text{تعداد الکترون ها ?} = 0/2 mol Zn^{2+} \times \frac{2 mole^-}{1 mol Zn^{2+}} \times \frac{6/02\times10^{23} e^-}{1 mole^-}$$

$$\text{عدد الکترون} = 0/4 \times 6/02 \times 10^{23} = 2/408 \times 10^{23}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** *(علی جدی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هرچه E° نیم‌واکنش کاهش بیشتر، گونهٔ اکسندهٔ موجود در این نیم‌واکنش، قوی‌تر است. E° نیم‌واکنش ۱ بیشتر بوده و در نتیجه یون نیترات قدرت اکسندگی بیشتری نسبت به گاز نیتروژن دارد.

گزینهٔ «۲»: شکل موازنه شدهٔ هریک از دو نیم‌واکنش به‌صورت زیر بوده و مجموع ضرایب استوکیومتری مواد و الکترون ها در هر دو نیم‌واکنش برابر ۱۱ است.

$$(1)\ NO_3^-(aq) + 4H^+(aq) + 3e^- \rightarrow NO(g) + 2H_2O(l) \quad E^\circ = 0/96V$$

$$(2)\ N_2(g) + 5H^+(aq) + 4e^- \rightarrow N_2H_5^+(aq) \quad E^\circ = -0/23V$$

گزینهٔ «۳»: در این واکنش اکسایش – کاهش، Mn^{2+} گونهٔ کاهنده در سمت واکنش‌دهنده‌ها و $N_2H_5^+$ گونهٔ کاهندهٔ سمت فراورده‌ها است. قدرت کاهندگی $N_2H_5^+$ بیشتر از Mn^{2+} می‌باشد. از آن‌جایی‌که گونهٔ کاهنده قوی‌تر در سمت راست قرار دارد، واکنش غیر خود به خودی است.

گزینهٔ «۴»: برای محاسبهٔ emf سلول گالوانی، بعد از تشخیص آند و کاتد از رابطهٔ زیر استفاده می‌شود:

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند})$$

کاتد، نیم‌سلولی است که E° کاهش آن بیشتر است. در بین نیم‌واکنش‌های ۱ و ۳، E° نیم‌واکنش ۳ بیشتر بوده و این نیم‌سلول تشکیل‌دهندهٔ کاتد است.

$$emf = 1/23 - 0/96 = 0/27V$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

هر چهار مطلب نادرست است.

بررسی مطالب:

«مطلب اول»: شکل‌های (I) و (II) به ترتیب می‌توانند نشان‌دهندهٔ مولکول‌های اتین (C_2H_2) و کربن دی‌اکسید (CO_2) باشند، اما شکل (III) نمی‌تواند نشان‌دهندهٔ مولکول گوگرد تری‌اکسید (SO_3) باشد. زیرا در مولکول SO_3 توزیع بار الکتریکی پیرامون اتم مرکزی متقارن بوده و ناقطبی است در صورتی‌که شکل (III) یک مولکول قطبی را نشان می‌دهد که توزیع بار الکتریکی در آن غیریکنواخت و نامتقارن است.(SO_3 مسطح می‌باشد و همه اتم های آن در یک صفحه قرار دارد ولی شکل (III) هرمی می‌باشد.)

«مطلب دوم»: شکل (II) نشان‌دهندهٔ یک مولکول ناقطبی است که توزیع بار الکتریکی پیرامون اتم مرکزی آن متقارن است در صورتی‌که در مولکول OCl_2 به دلیل آن که اتم مرکزی دارای جفت‌الکترون ناپیوندی است و این مولکول شکل خمیده دارد، توزیع بار الکتریکی نامتقارن بوده و قطبی است.

«مطلب سوم»: شکل (I) یک مولکول ناقطبی را نشان می‌دهد و گشتاور دوقطبی آن صفر است اما مولکول نشان داده شده در شکل (III) قطبی است و گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارد.

«مطلب چهارم»: مولکول‌های (I) و (II) هر دو ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

(شیمی ۳- شیمی جلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۱۰۱- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا رضایی‌سراب)*

نسبت Zn به V^{5+} برابر ۳ به ۲ است.

$$\text{تعداد مول Zn}: ۳/۹g \times \frac{۱mol\,Zn}{۶۵g} = ۰/۰۶mol \xrightarrow{+۰/۰۲} ۳$$

$$\text{تعداد مول } V^{5+}: ۲L \times \frac{۰/۰۲mol}{۱L} = ۰/۰۴mol \xrightarrow{+۰/۰۲} ۲$$

$$۳Zn(s) + ۲V^{5+}(aq) \rightarrow ۳Zn^{۲+}(aq) + ۲V^{۲+}(aq)$$

↓ بنفش

مجموع ضرایب برابر ۱۰ است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحهٔ ۸۶)

۱۰۲- **گزینهٔ «۴»** *(سروش عبادی)*

قبل بررسی عبارت‌ها، نخست عناصر مشخص شده در جدول دوره‌ای فوق را، بشناسیم:

عنصر A: عنصر لیتیم (Li) — عنصر B: عنصر سدیم (Na)

عنصر D: عنصر منیزیم (Mg) — عنصر Z: عنصر کلسیم (Ca)

عنصر X: عنصر تیتانیم (Ti) — عنصر M: عنصر نیتروژن (N)

عنصر G: عنصر اکسیژن (O) — عنصر J: عنصر فلوئور (F)

عنصر L: عنصر سیلیسیم (Si) — عنصر Y: عنصر گوگرد (S)

همهٔ عبارت‌های داده شده درست‌اند. بررسی همهٔ عبارت‌ها:

آ) چگالی بار: $N^{۳-} > O^{۲-} > S^{۲-} > F^{-}$

ب) چگالی بار: $Mg^{۲+} > Ca^{۲+} > Li^{+} > Na^{+}$

هر چه بار یون بیشتر و شعاع آن کمتر باشد، چگالی بار آن بیشتر می‌شود.

پ) آنتالپی فروپاشی: $Na_۲S < Li_۲O < Ca_۳N_۲$ چرا که چگالی بار Li^{+} از Na^{+} و $O^{۲-}$ از $S^{۲-}$ بیشتر است (به علت شعاع یونی کوچک‌تر) و چگالی بار $Ca^{۲+}$ از Li^{+} و $N^{۳-}$ از $O^{۲-}$ بیشتر است. (به علت اندازهٔ بار بزرگ‌تر)

ت) سیلیسیم (Si) شبه فلزی است که در اثر ضربه خرد می‌شود. اما نسبت به فلزات رسانای ضعیف گرما و برق می‌باشد.

ث) تیتانیم در ساخت دوچرخه و آلیاژ نیتینول (در مورد استفاده در استنت برای رگ‌ها) کاربرد دارد.

(شیمی ۳- شیمی جلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳، ۸۷ و ۸۸)

۱۰۳- **گزینهٔ «۲»** *(رضا سلیمانی)*

در واکنش $۲SO_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲SO_۳(g) \quad \Delta H < ۰$

افزایش فشار (کاهش حجم)؛ تعادل را از مول گازی بیشتر به کمتر یعنی در اینجا در جهت رفت جابه‌جا می‌کند.

افزایش دما؛ در واکنش‌های گرماده افزایش دما تعادل را در جهت برگشت جابه‌جا می‌کند.

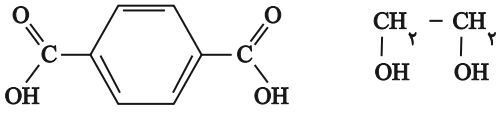
کاتالیزگر؛ تغییر در جهت جابه‌جایی تعادل ندارد.

افزایش مقدار اکسیژن در جهت مصرف یعنی در جهت رفت تعادل را جابه‌جا می‌کند.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۰)

۱۰۴- **گزینهٔ «۱»** *(میثم کیانی)*

پلیمر داده شده یک پلی‌استر با نام پلی‌اتیلن ترفتالات (PET) است که مونومرهای سازندهٔ آن اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید می‌باشد که ساختار آن‌ها به‌صورت زیر است:



اتیلن گلیکول — ترفتالیک اسید

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مونومرهای سازندهٔ این پلیمر اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید هستند که در نفت خام وجود ندارند و به‌طور مستقیم نمی‌توان آن‌ها را از نفت خام به‌دست آورد. بنابراین با بهره گیری از دانش شیمی می‌توان این مواد را با استفاده از مواد خام و اولیه که از نفت خام جداسازی می‌شوند، سنتز کرد.

گزینهٔ «۲»: دی اسید سازندهٔ آن ترفتالیک اسید است که در شرایط مناسب از اکسایش پارازایلن توسط محلول پتاسیم پرمنگنات غلیظ با بازده نسبتاً خوب تهیه می‌شود.

گزینهٔ «۳»: فرمول مولکولی اتیلن گلیکول به صورت $C_۲H_۶O_۲$ و ترفتالیک اسید به صورت $C_۸H_۶O_۴$ می‌باشد و تفاوت جرم مولی آن‌ها برابر ۱۰۴ گرم بر مول است.

گزینهٔ «۴»: اتیلن گلیکول که یکی از مونومرهای سازندهٔ این پلیمر است به عنوان ضدیخ کاربرد دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۱۰۵- **گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

ابتدا تعداد مول‌های اولیهٔ واکنش‌دهنده‌ها را حساب می‌کنیم:

$$?mol\,N_۲ = ۲۸۰۰g \times \frac{۱mol}{۲۸g} = ۱۰۰mol\,N_۲$$

$$?mol\,H_۲ = ۶۰۰g \times \frac{۱mol}{۲g} = ۳۰۰mol\,H_۲$$

می‌دانیم که در شرایط بهینهٔ فرایند هابر ۲۸ درصد مولی مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

	$N_۲(g)$	+	$۳H_۲(g)$	$\rightleftarrows$	$۲NH_۳(g)$
مول اولیه					
مول تعادلی	$۱۰۰-x$		$۳۰۰-۳x$		$۲x$

$$\Rightarrow \frac{۲x}{(۱۰۰-x)+(۳۰۰-۳x)+۲x} = \frac{۲۸}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۲x}{۴۰۰-۲x} = \frac{۲۸}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow x = ۴۳/۷۵$$

$$\text{مول تعادلی آمونیاک} = ۲x = ۲ \times ۴۳/۷۵ = ۸۷/۵mol\,NH_۳$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)